

Kompetenzcheck

Mathematik (AHS)

Oktober 2013

Aufgabenheft

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Die Aufgaben dieses Kompetenzchecks haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei zwei Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie nur die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 3$	☐
$4 + 4 = 8$	☒
$5 + 5 = 5$	☐

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/ ... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie nur die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

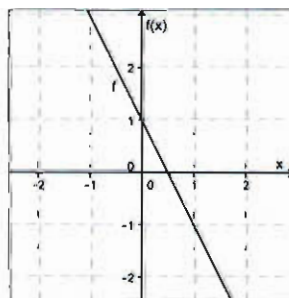
Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

$1 + 1 = 2$	☒
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 6$	☒
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 10$	☒

Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:
Gegeben ist eine lineare Funktion $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:
Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ① wird als Zusammenzählung oder ② bezeichnet.

①		②	
$1 - 1 = 0$	☐	Multiplikation	☐
$1 + 1 = 2$	☒	Subtraktion	☐
$1 \cdot 1 = 1$	☐	Addition	☒

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☐
$5 + 5 = 9$	☒

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

$1 + 1 = 3$	☐
$2 + 2 = 4$	☒
$3 + 3 = 5$	☐
$4 + 4 = 4$	☒
$5 + 5 = 9$	☐

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der entsprechenden Buchstaben den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den gegebenen Bezeichnungen die entsprechenden Gleichungen zu!

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgaben zu Grundkompetenzen der 9. Schulstufe

Aufgabe 1

Rationale Zahlen

Gegeben sind folgende Zahlen: $-\frac{1}{2}$; $\frac{\pi}{5}$; $3,5$; $\sqrt{3}$; $-\sqrt{16}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Zahl(en) an, die rational ist/sind!

$-\frac{1}{2}$	☐
$\frac{\pi}{5}$	☐
$3,5$	☐
$\sqrt{3}$	☐
$-\sqrt{16}$	☐

Aufgabe 2

Rechenoperationen bei Vektoren

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sowie ein Skalar $r \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Rechenoperationen liefert/lieferten als Ergebnis wieder einen Vektor?
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$\vec{a} + r \cdot \vec{b}$	☐
$\vec{a} + r$	☐
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	☐
$r \cdot \vec{b}$	☐
$\vec{b} - \vec{a}$	☐

Aufgabe 3

Eigenschaften linearer Funktionen

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 4x - 2$.

Aufgabenstellung:

Wählen Sie zwei Argumente x_1 und x_2 mit $x_2 = x_1 + 1$ und zeigen Sie, dass die Differenz $f(x_2) - f(x_1)$ gleich dem Wert der Steigung k der gegebenen linearen Funktion f ist!

Aufgabe 4

Gerade in Parameterform

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $3x - 4y = 12$.

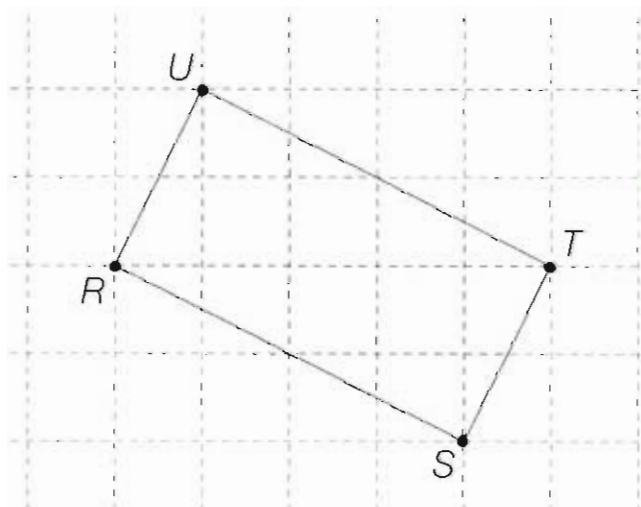
Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Gleichung von g in Parameterform an!

Aufgabe 5

Rechteck

Abgebildet ist das Rechteck $RSTU$.



Aufgabenstellung:

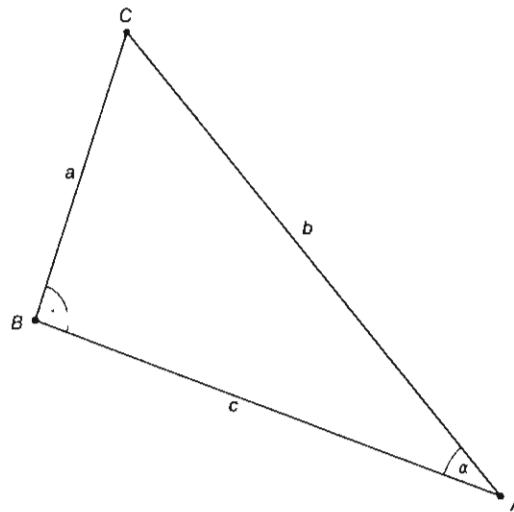
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\vec{ST} = -\vec{RU}$	☐
$\vec{SR} \parallel \vec{UT}$	☐
$\vec{RS} + \vec{ST} = \vec{TR}$	☐
$U = T + \vec{SR}$	☐
$\vec{RT} \cdot \vec{SU} = 0$	☐

Aufgabe 6

Rechtwinkeliges Dreieck

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Längen der Seiten a und c gegeben.



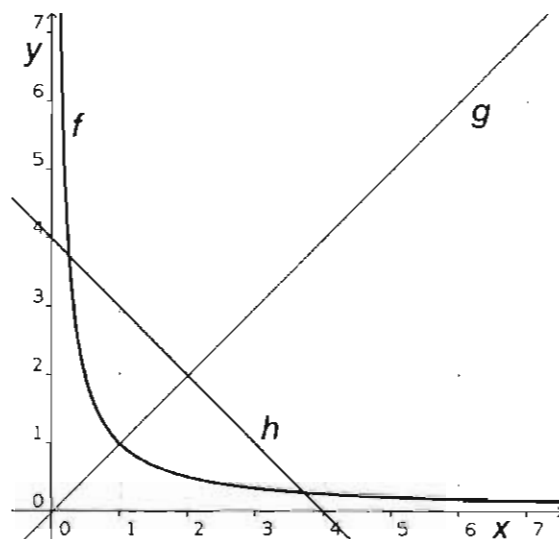
Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Winkels α an!

Aufgabe 7

Funktionsgraphen

Gegeben sind die Graphen der Funktionen f , g und h .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$g(1) > g(3)$	☐
$h(1) > h(3)$	☐
$f(1) = g(1)$	☒
$h(1) = g(1)$	☐
$f(1) < f(3)$	☐

Aufgabe 8

Modellierung mittels linearer Funktionen

Reale Sachverhalte können durch eine lineare Funktion $f(x) = k \cdot x + d$ mathematisch modelliert werden.

Aufgabenstellung:

In welchen Sachverhalten ist eine Modellierung mittels einer linearen Funktion sinnvoll möglich? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Sachverhalte an!

der zurückgelegte Weg in Abhängigkeit von der Zeit bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 30 km/h	☐
die Einwohnerzahl einer Stadt in Abhängigkeit von der Zeit, wenn die Anzahl der Einwohner/innen in einem bestimmten Zeitraum jährlich um 3 % wächst	☐
der Flächeninhalt eines Quadrates in Abhängigkeit von der Seitenlänge	☐
die Stromkosten in Abhängigkeit von der verbrauchten Energie (in kWh) bei einer monatlichen Grundgebühr von € 12 und Kosten von € 0,4 pro kWh	☐
die Fahrzeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit für eine bestimmte Entfernung	☐

Aufgaben zu Grundkompetenzen der 10. Schulstufe

Aufgabe 9

Geraden im $\mathbb{R}^3$

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $x = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden g .
Kreuzen Sie diese beiden Gleichungen an!

$x = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☐
$x = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☐
$x = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☐
$x = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☐
$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	☐

Aufgabe 10

Halbwertszeit eines Isotops

Der radioaktive Zerfall des Iod-Isotops ^{131}I verhält sich gemäß der Funktion N mit $N(t) = N(0) \cdot e^{-0,086 \cdot t}$ mit t in Tagen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Gleichung(en) an, mit der/denen die Halbwertszeit des Isotops in Tagen berechnet werden kann!

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,086 \cdot t \cdot \ln e$	☐
$2 = e^{-0,086 \cdot t}$	☐
$N(0) = \frac{N(0)}{2} \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	☐
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 0,086 \cdot t \cdot e$	☐
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	☐

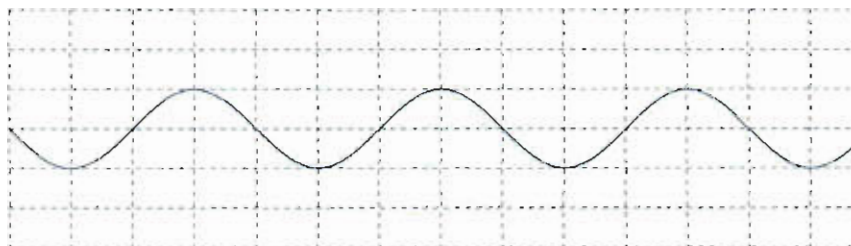
Aufgabe 11

Cosinusfunktion

Die Cosinusfunktion ist eine periodische Funktion.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Koordinatenachsen und deren Skalierung so ein, dass der angegebene Graph dem Graphen der Cosinusfunktion entspricht! Die Skalierung beider Achsen muss jeweils zwei Werte umfassen!



Aufgabe 12

Eigenschaften des arithmetischen Mittels

Gegeben ist das arithmetische Mittel $\bar{x}$ von Messwerten.

Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für das arithmetische Mittel zu?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Das arithmetische Mittel teilt die geordnete Liste der Messwerte immer in eine untere und eine obere Teilliste mit jeweils gleich vielen Messwerten.	☐
Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark beeinflusst werden.	☐
Das arithmetische Mittel kann für alle Arten von Daten sinnvoll berechnet werden.	☐
Das arithmetische Mittel ist immer gleich einem der Messwerte.	☐
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	☐

Aufgabe 13

FSME-Infektion

Infizierte Zecken können durch einen Stich das FSME-Virus (Frühsommer-Meningoenzephalitis) auf den Menschen übertragen. In einem Risikogebiet sind etwa 3 % der Zecken FSME-infiziert. Die FSME-Schutzimpfung schützt mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % vor einer FSME-Erkrankung.

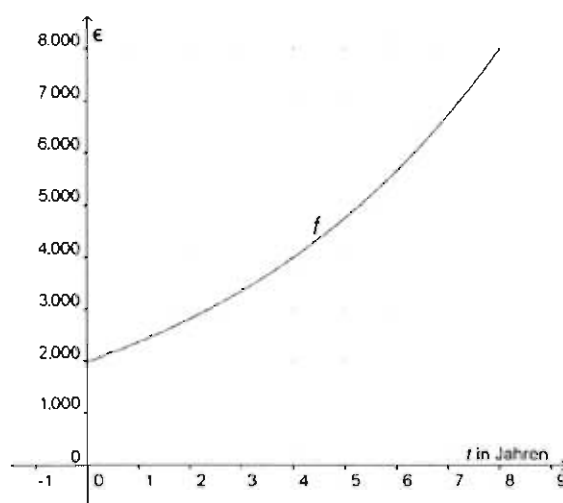
Aufgabenstellung:

Eine geimpfte Person wird in diesem Risikogebiet von einer Zecke gestochen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person durch den Zeckenstich an FSME erkrankt!

Aufgabe 14

Verdoppelungszeit

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot b^t$.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie mithilfe des Graphen die Größe der Verdoppelungszeit!

Aufgabe 15

Luftwiderstand

Der Luftwiderstand F_L eines bestimmten PKWs in Abhängigkeit von der Fahrtgeschwindigkeit v lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben: $F_L(v) = 0,4 \cdot v^2$. Der Luftwiderstand ist dabei in Newton (N) und die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) angegeben.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die mittlere Zunahme des Luftwiderstandes in $\frac{\text{N}}{\text{m/s}}$ bei einer Erhöhung der Fahrtgeschwindigkeit von 20 m/s auf 30 m/s!

Aufgabe 16

Würfeln

Ein idealer sechsseitiger Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird einmal geworfen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Fragestellungen in der linken Spalte die passenden Wahrscheinlichkeiten in der rechten Spalte zu!

Fragestellung		Wahrscheinlichkeit	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?		A	$\frac{1}{3}$
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?		B	$\frac{1}{6}$
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird?		C	$\frac{1}{2}$
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?		D	1
		E	$\frac{5}{6}$
		F	$\frac{2}{3}$

Aufgaben zu Grundkompetenzen der 11. Schulstufe

Aufgabe 17

Exponentialfunktion

Gegeben ist eine reelle Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot e^{\lambda x}$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und $\lambda \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

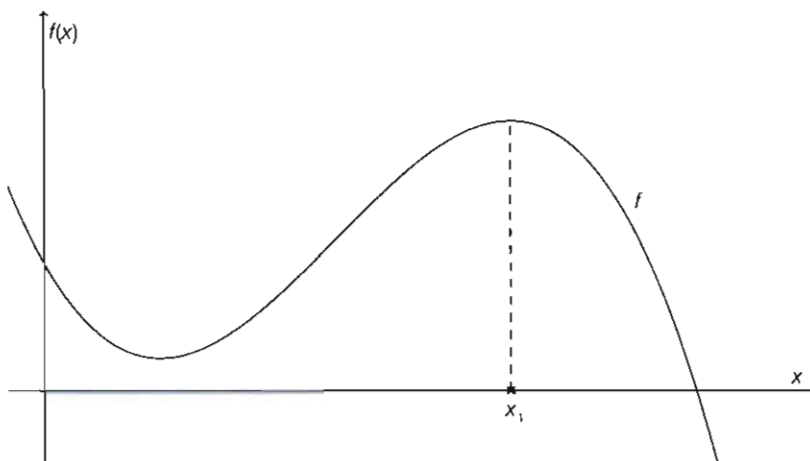
Kreuzen Sie die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda x}$	☐
Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte negativ.	☐
Die Funktion f hat mindestens eine reelle Nullstelle.	☐
Die Funktion f schneidet die y -Achse bei $(0 a)$.	☐
Die Funktion f ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	☐

Aufgabe 18

Lokales Maximum

Gegeben ist eine Polynomfunktion f .



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ① ist und ② ist, besitzt die gegebene Funktion f an der Stelle x_1 ein lokales Maximum.

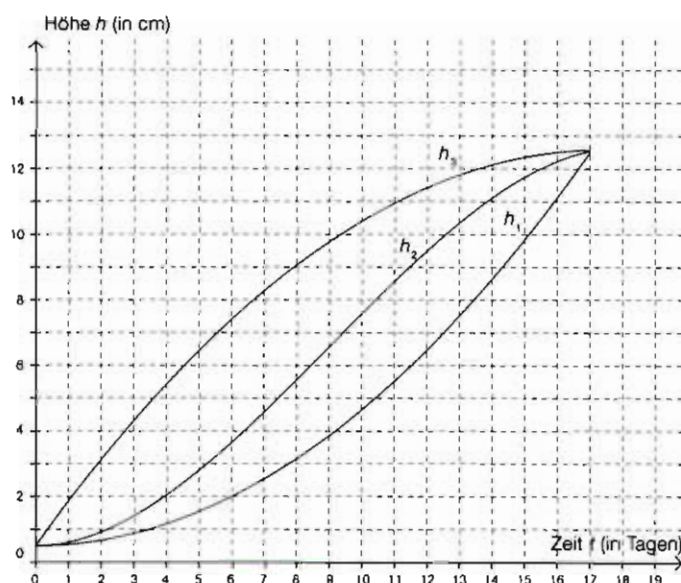
①	
$f'(x_1) < 0$	☐
$f'(x_1) = 0$	☐
$f'(x_1) > 0$	☐

②	
$f''(x_1) < 0$	☐
$f''(x_1) = 0$	☐
$f''(x_1) > 0$	☐

Aufgabe 19

Pflanzenwachstum

Die Höhe h (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) wurde über einen längeren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen h_1 (für Pflanze 1), h_2 (für Pflanze 2) und h_3 (für Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen h_1 , h_2 und h_3 .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Graph der Funktion h_1 ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	☐
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall $[11; 13]$ ab.	☐
Während des Beobachtungszeitraums $[0; 17]$ nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	☐
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt: $h_3''(t) \leq 0$.	☐
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$.	☐

Aufgabe 20

Erwartungswert

In der nachstehenden Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X dargestellt.

a_i mit $i \in \{1, 2, 3, 4\}$	1	2	3	4
$P(X = a_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Aufgabenstellung:

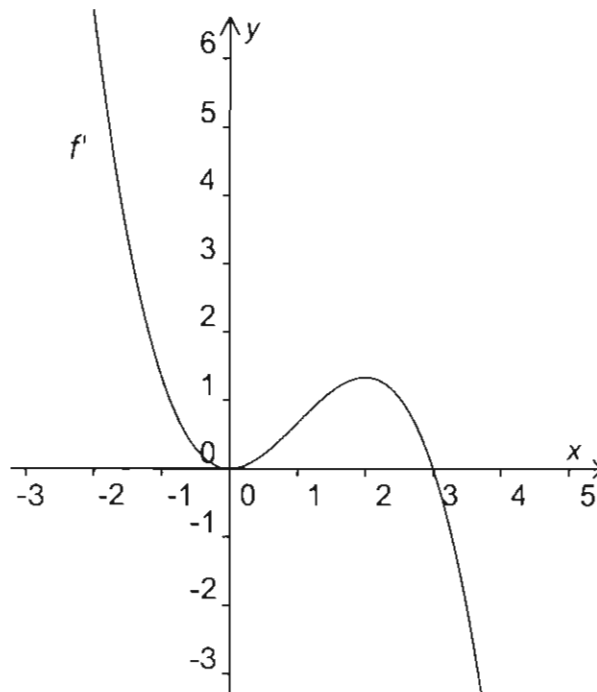
Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X !

$E(X) =$ _____

Aufgabe 21

Funktionseigenschaften

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion f hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $[2; 5]$ streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	☐
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Extremstelle.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $[-2; 0]$ links gekrümmt.	☐

Aufgabe 22

Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit den Parametern $a \neq 0$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Die Funktion f hat einen Hochpunkt im Punkt $H = (2|2)$ und einen Wendepunkt an der Stelle $x_2 = -1$. An der Stelle $x_3 = 3$ hat die Steigung der Funktion den Wert -9 .

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(3) = -9$	☐
$f(2) = 0$	☐
$f'(-1) = 0$	☐
$f'(2) = 0$	☐
$f''(2) = 0$	☐

Aufgabe 23

Differenzenquotient

Eine Funktion $s: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von t Sekunden zurückgelegten Weg.

Es gilt: $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$.

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ in Sekunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Differenzenquotienten der Funktion s im Intervall $[0; 6]$ und deuten Sie das Ergebnis!

Aufgabe 24

Binomialverteilung

Einige der angeführten Situationen können mit einer Binomialverteilung modelliert werden.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, bei der/denen die Zufallsvariable X binomialverteilt ist!

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. (X = Anzahl der grünen Kugeln)	☐
In einer Gruppe mit 25 Kindern sind sieben Linkshänder. Es werden drei Kinder zufällig ausgewählt. (X = Anzahl der Linkshänder)	☐
In einem U-Bahn-Waggon sitzen 35 Personen. Vier haben keinen Fahrschein. Drei werden kontrolliert. (X = Anzahl der Personen ohne Fahrschein)	☐
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. (X = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben)	☐
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. (X = Anzahl der Mädchen)	☐

Stufen - verbale Beschreibung	Typ-1-Aufgaben		Typ-2-Aufgaben	
	wesentliche Bereiche		Einzelne Komponenten aus Typ-2-Aufgaben werden zusätzlich zur Überprüfung der Grundkompetenzen herangezogen.	über das Wesentliche
	„überwiegend erfüllt“	„zur Gänze erfüllt“		
Graduelle Abstufungen				
Genügend*	entw. oder			„hinreichend“
		Defizit		
Befriedigend*	entw. oder			„hinreichend“
		Defizit		
Gut*	entw. oder			„hinreichend“
		Defizit		„hinreichend“
Sehr gut*	entw. oder			„hinreichend“
		Defizit		„weit hinausgehend“

* Es werden die jeweiligen Minimalvarianten dargestellt.

Hinsichtlich der Formulierung ist hervorzuheben, dass eine enge Abstimmung zwischen Vertreterinnen und Vertretern des Bundesinstituts für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFI) und des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur (BMUKK) stattgefunden hat. In der vorliegenden Formulierung wurde das zuvor ausgeführte Konzept als Grundlage vollständig berücksichtigt. Anhand der entsprechenden Formulierungen ist deutlich erkennbar, welches mathematische (Grund-)Wissen bzw. welches Vernetzungs- oder Reflexionswissen über mathematisches (Grund-)Wissen bei Schülerinnen und Schülern ausgebildet ist.

Name:	
Klasse/Jahrgang:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

Angewandte Mathematik

Haupttermin 2013

--

Bearbeitungshinweise

Im vorliegenden Aufgabenheft befinden sich insgesamt fünf Aufgaben, die aus unterschiedlich vielen Unteraufgaben bestehen.

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen ausschließlich auf die dafür vorgesehenen karierten Seiten. Wenn Sie die Aufgaben am Computer lösen, dann heften Sie bitte die jeweiligen Ausdrucke an die entsprechende karierte Seite und versehen Sie die Ausdrucke mit Ihrem Schülercode.

Falls Sie mit den zur Verfügung gestellten karierten Seiten nicht auskommen sollten, wird Ihnen die Aufsichtsperson ein leeres Blatt zur Verfügung stellen, welches Sie mit Ihrem Schülercode und mit der Aufgabennummer beschriften und zu Ihrer Lösung in das Aufgabenheft heften.

Alle Unteraufgaben sind unabhängig voneinander lösbar, sodass Sie sich mit jeder einzelnen Unteraufgabe separat beschäftigen können.

Sie haben insgesamt 270 Minuten für die Bearbeitung der Aufgaben (Teil A und Teil B) Zeit. Nach der vorgesehenen Zeit füllen Sie bitte den Rückmeldebogen am Ende des Aufgabenhefts aus. Darin bitten wir Sie um ein Feedback zu den von Ihnen bearbeiteten Teil-A-Aufgaben.

Viel Erfolg!

Angaben zur Person

Geschlecht:

☐ weiblich

☐ männlich

Welche Technologie haben Sie bei der Prüfung verwendet?

☐ grafikfähiger Taschenrechner (z. B. TI-82, TI-83, SHARP EL-9900G SII etc.)

☐ Computeralgebrasystem (z. B. Mathcad, TI Voyage 200, GeoGebra, TI-89, TI-92, TI-Nspire etc.)

☐ einfacher wissenschaftlicher Rechner (z. B. TI-30 etc.)

☐ Tabellenkalkulation (z. B. Microsoft Excel, OpenOffice Calc etc.)

☐ andere: _____

Was ist Ihre Muttersprache:

☐ Deutsch

☐ eine andere Sprache

☐ Ich bin mehrsprachig aufgewachsen.

Wenn Deutsch nicht Ihre Muttersprache ist oder wenn Sie mehrsprachig aufgewachsen sind:
Wie gut können Sie im Vergleich zu der anderen Sprache/den anderen Sprachen in Deutsch lesen?

☐ besser

☐ gleich gut

☐ schlechter

Aufgabe 1

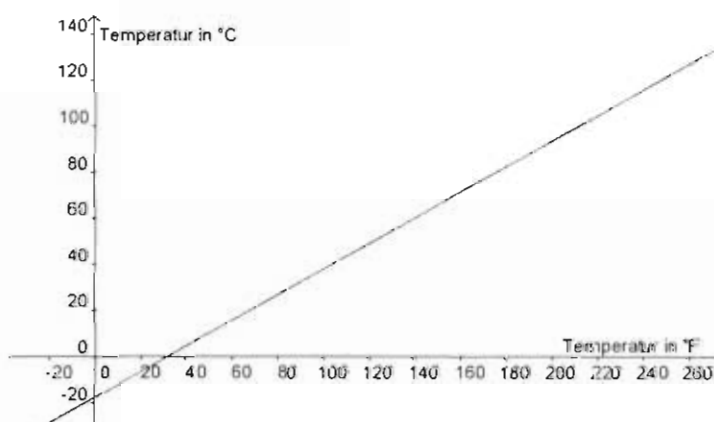
Temperaturumrechnung

Zur Temperaturmessung werden verschiedene Temperaturskalen verwendet. Zwei gängige Temperaturskalen sind die Celsius-Skala und die Fahrenheit-Skala.

- a) Eine Rechenvorschrift für die Umrechnung der Temperatur in °C (Celsius) in eine Temperaturangabe in °F (Fahrenheit) lässt sich so formulieren:
„Erhöhen Sie die Temperaturangabe um 40, multiplizieren Sie das erhaltene Ergebnis mit 1,8 und vermindern Sie das Ergebnis um 40.“

– Stellen Sie eine Formel auf, die dieser beschriebenen Umrechnung „Temperatur in °C → Temperatur in °F“ entspricht. [1 Punkt]

- b) Folgender Funktionsgraph zeigt den Zusammenhang zwischen der Temperatur in °F und der Temperatur in °C:



Eine Formel für diese Temperaturumrechnung lautet $C = \frac{F - 32}{1,8}$.

C ... Temperatur in °C

F ... Temperatur in °F

– Begründen Sie, warum die obige Abbildung eine grafische Darstellung der angegebenen Formel ist. [1 Punkt]

- c) Für Ihre weiteren Berechnungen verwenden Sie die Formel $F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$.

C ... Temperatur in °C

F ... Temperatur in °F

– Berechnen Sie denjenigen Zahlenwert, für den die Temperaturangabe in °C (C) und die Temperaturangabe in °F (F) den gleichen Wert haben. [2 Punkte]

Lösungen bitte hier:

Aufgabe 2

Koffein

Die Abbaurate von Koffein kann von Person zu Person stark variieren.

- a) Für Lena liegt die Halbwertszeit bei 1,5 Stunden.

– Modellieren Sie den Abbau von 80 mg Koffein in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) mithilfe einer Exponentialfunktion. [2 Punkte]

- b) Klara hat eine große Prüfung vor sich und muss dafür lernen. Um beim Lernen „fit“ zu sein, trinkt sie um 16 Uhr einen Energydrink, der 80 mg Koffein enthält. Um 17:30 Uhr isst sie eine Tafel Bitterschokolade, die 90 mg Koffein enthält.

Der Abbau von Koffein wird mit folgender Funktionsgleichung beschrieben:

$$N(t) = N_0 \cdot 0,39685^t$$

$N(t)$... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt t

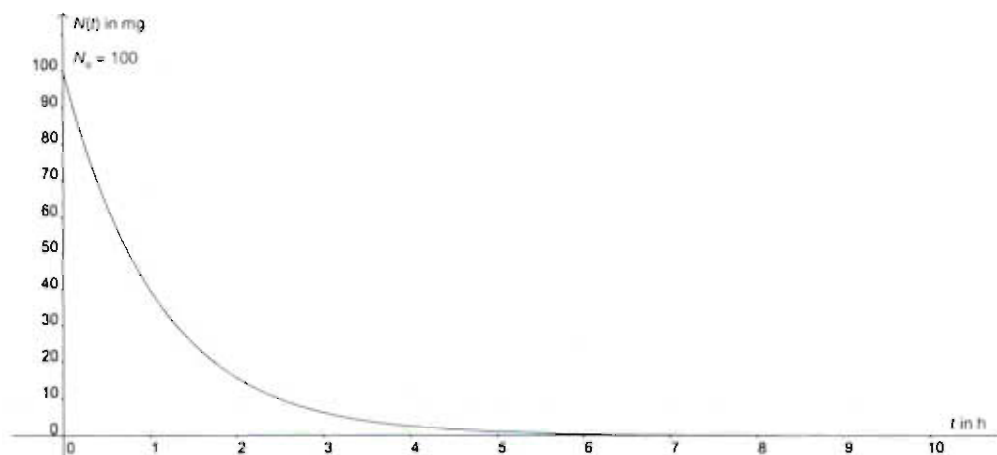
N_0 ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt $t = 0$

t ... Zeit in Stunden

– Berechnen Sie, wie viel Koffein Klara um 20 Uhr in ihrem Körper hat. [2 Punkte]

- c) Die untenstehende Grafik zeigt den exponentiellen Abbau von Koffein im Körper einer Person.

– Skizzieren Sie in die Grafik den Verlauf der Exponentialfunktion für Sabine, die 100 mg Koffein zu sich nimmt und mit einer Halbwertszeit von 6 Stunden abbaut. [1 Punkt]



- d) Der Abbau von Koffein in Klaras Körper wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$N(t) = N_0 \cdot 0,39685^t$$

$N(t)$... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt t

N_0 ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt $t = 0$

t ... Zeit in Stunden

Eine Menge von 500 mg Koffein kann z. B. Schlafstörungen, Unruhe und Nervosität hervorrufen.

- Berechnen Sie, wie viele ganze Dosen Energydrink (zu 200 ml mit 80 mg Koffein) Klara eine halbe Stunde vor dem Zubettgehen mindestens trinken müsste, sodass sie Schlafstörungen wegen des Koffeins hat. [2 Punkte]

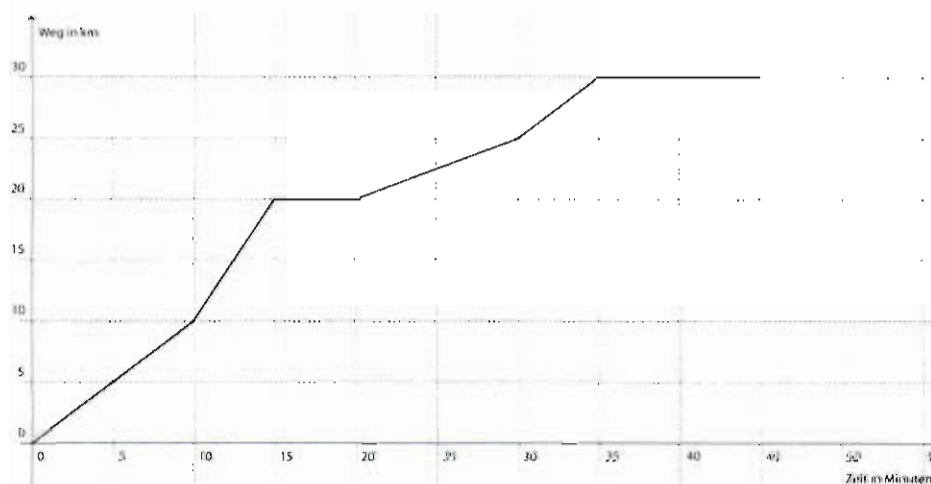
Lösungen bitte hier:

Aufgabe 3

Autofahrt

Frau Maier ist beruflich sehr viel mit dem Auto unterwegs und benutzt ihren Bordcomputer, um zurückgelegte Strecken, die mittlere Geschwindigkeit und den mittleren Kraftstoffverbrauch zu ermitteln.

- a) Im Folgenden sehen Sie ein Weg-Zeit-Diagramm, das näherungsweise Frau Maiers Fahrverhalten an einem ihrer Arbeitstage beschreibt:



- Bestimmen Sie, in welchem Zeitintervall Frau Maier mit einer konstanten Geschwindigkeit von 30 km/h unterwegs ist. [1 Punkt]
- b) Frau Maiers Bordcomputer kann die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge anzeigen. Intern berechnet der Computer für eine der Fahrten von Frau Maier die verbrauchte Benzinmenge in Abhängigkeit vom bisher zurückgelegten Weg mithilfe folgender Funktionsgleichung:

$$f(x) = 0,0000006x^3 + 0,0002x^2 + 0,08x$$

x ... Anzahl der seit Fahrtbeginn zurückgelegten Kilometer

$f(x)$... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern

- Geben Sie eine Formel an, mit der man den durchschnittlichen Benzinverbrauch pro km für ein beliebiges Wegintervall berechnen kann. [1 Punkt]
- Berechnen Sie den durchschnittlichen Benzinverbrauch pro km im Wegintervall [50 km; 100 km]. [1 Punkt]

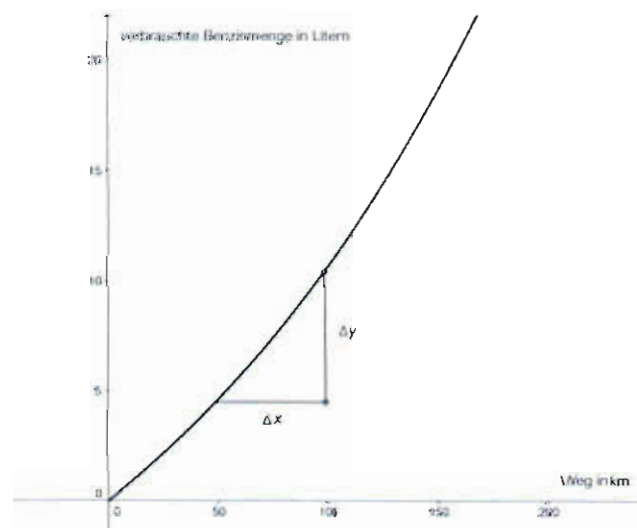
- c) Die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$f(x) = 0,0000006x^3 + 0,0002x^2 + 0,08x$$

x ... Strecke in km, die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde

$f(x)$... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern

- Geben Sie an, mit welcher Rechenoperation man den momentanen Benzinverbrauch bei x Kilometern berechnen kann. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie den momentanen Benzinverbrauch bei 50 Kilometern in Litern pro Kilometer (L/km). [1 Punkt]
- d) - Erklären Sie anhand der untenstehenden Grafik, welche Größe man mithilfe des Steigungsdreiecks berechnet. [1 Punkt]
- Erläutern Sie, welche Größe man erhält, wenn Δx gegen null geht. [1 Punkt]



Lösungen bitte hier:

Aufgabe 4

Der Baikalsee

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Die Fläche des Sees betrug zu dieser Zeit ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.

Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um ca. 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. 18 400 km³.

- a) – Geben Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996 an. [1 Punkt]
– Schreiben Sie das Ergebnis in km³ in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ an. [1 Punkt]
- b) – Schreiben Sie eine Formel an, mit der man die Fläche F_{Bodensee} im Jahr 1996 mithilfe der damaligen Fläche $F_{\text{Baikalsee}}$ berechnen kann. [1 Punkt]
- c) Sie lesen in einer Zeitung die folgende Aussage:
Mit dem Süßwasser des Baikalsees ($V = 18\,400 \text{ km}^3$) können 7 Milliarden Menschen 50 Jahre lang mit Wasser versorgt werden. Man geht davon aus, dass jeder Mensch täglich 150 Liter (L) Wasser benötigt.
– Beurteilen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage unter Zuhilfenahme einer Rechnung. [2 Punkte]
- d) Modelliert man die Erde als Kugel mit dem Radius R , so hat sie folgendes Volumen:

$$V_E = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3}$$

Verteilt man das gesamte Wasservolumen V des Baikalsees gleichmäßig über diese Kugel, so vergrößert sich der Radius der Kugel um h .

- Geben Sie eine Formel zur Berechnung von h in Abhängigkeit von R , V und V_E an. [2 Punkte]

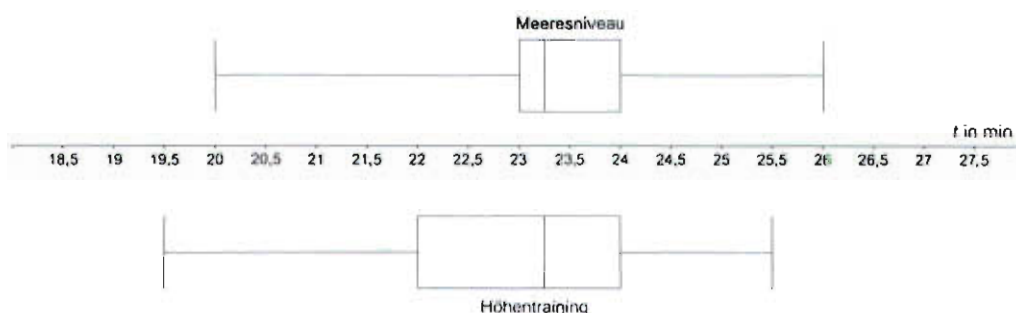
Lösungen bitte hier:

Aufgabe 5

Höhentraining

Eine Nachwuchsfußballmannschaft führte ein Experiment durch, bei dem die eine Hälfte der Mannschaft ein Trainingslager auf Meeresniveau und die andere Hälfte der Mannschaft ein Höhentrainingslager absolvierte.

- a) Nach der Rückkehr vom Trainingslager mussten beide Gruppen mehrere Tests absolvieren. Bei einem Querfeldeinlauf wurden die Zeiten verglichen und statistisch ausgewertet:



- Vergleichen Sie die beiden Boxplots in Bezug auf die Zeit des schnellsten Läufers und die Spannweite. [1 Punkt]

Leo behauptet: „Etwa 50 % der Teilnehmer des Trainings auf Meeresniveau hatten eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten.“

- Überprüfen Sie anhand des passenden Boxplots, ob diese Aussage richtig ist. [1 Punkt]

- b) Der Median und der arithmetische Mittelwert sind statistische Kenngrößen.

- Erklären Sie allgemein den Unterschied zwischen dem Median und dem arithmetischen Mittelwert. (Gehen Sie dabei auf die Art der Berechnung und auf den Einfluss von Ausreißern ein.) [2 Punkte]

- c) Bei einem 100-m-Lauf waren die Ergebnisse annähernd normalverteilt. Der Durchschnitt lag bei 11,9 Sekunden mit einer Standardabweichung von 0,3 Sekunden.

- Ermitteln Sie diejenige Zeit, die man höchstens laufen durfte, um zu den besten 10 % der Gruppe zu gehören. [1 Punkt]

- d) Um die Treffsicherheit unter Belastung zu testen, musste ein Ball nach Überwindung einiger Hindernisse in einen Torwand versenkt werden. Einer der besten Spieler der Mannschaft erzielte bei diesem Test eine Treffsicherheit von 70 %.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Spieler bei 10 Versuchen mindestens 8-mal den Ball in den Torwand versenken kann. *[1 Punkt]*
 - Geben Sie die für diese Problemstellung passende Wahrscheinlichkeitsverteilung an. *[1 Punkt]*

Lösungen bitte hier:

Beurteilungsraster zur schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik (BHS)

Beurteilung / Kompetenzbereiche		Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen überwiegend erfüllt	Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen zur Gänze erfüllt	Anforderungen werden in über das Wesentliche hinausgehendem Ausmaß erfüllt	Anforderungen werden in weit über das Wesentliche hinausgehendem Ausmaß erfüllt
Modellieren & Transferieren		Basismodelle im allgemeinen bzw. schulfachspezifischen Kontext erstellen (im Sinne der Grundkompetenzen)	grundlegende Modelle aus dem allgemeinen bzw. schulfachspezifischen Kontext bilden	über das Grundlegende hinausgehende Modelle aus dem allgemeinen bzw. schulfachspezifischen Kontext bilden	Modelle im Bereich komplexer Problemstellungen und Sachzusammenhänge erstellen
		Basiszusammenhänge aus dem Alltag in einfacher Form in die Mathematik transferieren und umgekehrt	grundlegende Zusammenhänge in mathematischer Beschreibung transferieren	mathematische Zusammenhänge in berufsspezifische Bereiche übertragen und umgekehrt	komplexe mathematische Zusammenhänge in berufsspezifische Bereiche übertragen und umgekehrt
Operieren & Technologieeinsatz		Rechen- und Konstruktionsabläufe auf Basis grundlegender Operatoren korrekt durchführen	auf Basis eines zugrunde legenden Teilens Verstehens über die grundlegende Rechenkompetenz hinausgehend operieren	über die grundlegende Rechenkompetenz hinausgehend unter Nachweis eines kompetenten Technologieeinsatzes anspruchsvoll operieren	in komplexen bzw. anspruchsvollen Situationen, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, operieren
		grundlegende Technologiekompetenz nachweisen	operative Tätigkeiten zur Lösung grundlegender Problemstellungen an die jeweils verfügbare Technologie (im Mindestmaß) auslagern und die Technologie adäquat einsetzen	mathematische Zusammenhänge in Fachsprache interpretieren	über eine teilgehende Werkzeugkompetenz verfügen und diese nachweisen
Reflektieren	Interpretieren & Dokumentieren	aus Informationen oder mathematischen Darstellungen grundlegende Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte im Mindestmaß interpretieren	vorgegebene mathematische Zusammenhänge und Ergebnisse in allgemeinen und schulfachspezifischen Kontexten interpretieren	Lösungsstrategien in Fachsprache nachvollziehbar darstellen	komplexe mathematische Zusammenhänge, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, interpretieren
		Lösungswege und Ergebnisse in grundlegender Form darstellen	Lösungsstrategien verständlich und nachvollziehbar darstellen	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen mit mathematischer Fachsprache unter Berücksichtigung unterschiedlicher Aspekte argumentieren, begründen und erklären	komplexe Lösungsstrategien, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, dokumentieren
Argumentieren & Kommunizieren*		grundlegende mathematische Sachverhalte erklären	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen begründen	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen unter Verwendung mathematischer Fachsprache begründen und erklären	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen mit mathematischer Fachsprache unter Berücksichtigung unterschiedlicher Aspekte argumentieren, begründen und erklären

* verbales Kommunizieren nicht schriftlich überprüfbar

