

II-3473 der Beilagen zu den Stenographischen Protokollen

REPUBLIK ÖSTERREICH
BUNDESMINISTERIUM
FÜR SOZIALE VERWALTUNG

des Nationalrates XVI. Gesetzgebungsperiode

Zl. 21.891/89-7/1985

1010 Wien, den 13. November 1985
Stubenring 1
Telefon 75 00 Telex 111145 oder 111780
Auskunft

1578/AB

1985 -11- 14

zu 1613/J

--

Klappe - Durchwahl

B e a n t w o r t u n g

der Anfrage der Abgeordneten Dr. KOHLMAIER
und Kollegen an den Bundesminister für soziale
Verwaltung, betreffend Neuregelung der Höher-
versicherung in der Pensionsversicherung
(Nr. 1613/J).

Im Zusammenhang mit der "Pensionsreform", in der die Höherversicherung neu geregelt wurde und aufgrund der die künftigen Faktoren für die Leistungen der Höherversicherung im Wege einer Verordnung zu regeln sind, wird an mich folgende Anfrage gerichtet:

- "1. Wurden schon Grundentscheidungen für die Anwendung versicherungsmathematischer Grundsätze in der kommenden Verordnung getroffen?
2. Wenn ja, welche?
3. Wann beabsichtigen Sie, einen Verordnungsentwurf zu veröffentlichen und wem werden Sie diesen zur Begutachtung übermitteln?"

In Beantwortung dieser Anfrage beehre ich mich, folgendes mitzuteilen:

Zu 1.

Die Grundentscheidungen für die Anwendung versicherungsmathematischer Grundsätze standen schon bei den Beratungen des Novellenpaketes zur Pensionsreform im Sozialaus-

- 2 -

schuß fest und wurden von mir damals ausführlich dargelegt. In den Erläuterungen zur Regierungsvorlage ist angeführt, daß ab 1. Jänner 1986 die Höherversicherung nach streng versicherungsmathematischen Grundsätzen (Äquivalenz von Beiträgen und Leistungen) eingerichtet werden soll. Dieser Satz kann nach der derzeit herrschenden Lehre der Versicherungsmathematik kaum unterschiedlich ausgelegt werden. Da eine Äquivalenz von Beiträgen und Leistungen nach streng versicherungsmathematischen Grundsätzen anzustreben ist, sind nach der Lehre der Versicherungsmathematik die Lebenserwartung, das Anfallsalter der Alterspension, das Alter zum Zeitpunkt der Einzahlung der Beiträge und eine den derzeitigen Gegebenheiten auf dem Geld- und Kapitalmarkt entsprechende Verzinsung bei den Berechnungen zu berücksichtigen. Nach der derzeit herrschenden Lehre der Versicherungsmathematik ist es üblich, die verschiedene Lebenserwartung bei Männern und Frauen durch eine Trennung der Berechnung für die Geschlechter zu berücksichtigen. Eine Untersuchung des Gesundheitszustandes der Versicherten bei Beginn der Höherversicherung ist aus der Natur dieser Versicherung nicht sinnvoll, da es sich

1. um ein ausreichend großes Kollektiv handelt und
2. nicht so sehr das Todesrisiko, sondern die Inanspruchnahme einer Leistung aus den Versicherungsfällen des Alters bzw. der geminderten Arbeitsfähigkeit im Vordergrund steht.

Mit der Forderung des Gesetzes, die Leistungen nach versicherungsmathematischen Grundsätzen zu berechnen, ist aber nicht automatisch verbunden, daß die Höherversicherung in Hinkunft nach dem Kapitaldeckungsverfahren und damit mit der Bildung eines gesonderten Vermögens der Träger einzurichten ist. Mit der Neuregelung der Höherversicherung soll nur erreicht werden, daß ab nun Beiträge und Leistungen für den einzelnen im Durchschnitt

- 3 -

äquivalent sind. Sie soll aber nach wie vor als Teil der Sozialversicherung im Unlageverfahren durchgeführt werden.

Zu 2.

Um sicherzustellen, daß die Berechnung der Faktoren nach versicherungsmathematischen Grundsätzen korrekt erfolgt, habe ich Herrn Universitätsassistent Dipl.-Versicherungsmathematiker Dr. Wolfgang Ettl, allgemein gerichtlich beeideter Sachverständiger für Mathematik, Statistik, Lebens- und Pensionsversicherung, mit einer wissenschaftlichen Untersuchung über die Berechnungsgrundlagen für die Höherversicherung betraut. Auch die Berechnung der Faktoren für die Höherversicherung ist von ihm durchgeführt worden.

Wie schon im Punkt 1. angedeutet, besteht das Grundprinzip der neuen Regelung darin, daß die in einem Kalenderjahr geleisteten oder als geleistet geltenden Beiträge zur Höherversicherung entsprechend dem Alter des Versicherten zu diesem Zeitpunkt als Einmalprämie für eine Leistung, die gleichzeitig mit der Zuerkennung einer Leistung aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit, des Alters oder des Todes zusätzlich anfällt, angesehen werden. Daraus geht hervor, daß die Möglichkeiten, eine Leistung bei Invalidität, bei Erreichen einer gewissen Altersgrenze oder im Falle des Todes zu erhalten, in die Berechnungen als selbständige Risiken aufgenommen wurden. Die Wahlmöglichkeit, die Alterspension zu verschiedenen Altern in Anspruch zu nehmen, wird ebenfalls berücksichtigt. Die Faktoren werden getrennt nach Männern und Frauen gerechnet. Als Nettoverzinsung wurde in die Berechnungen ein Zinsfuß von 2,75 % p.a. aufgenommen. Diese Nettoverzinsung entspricht bei einer Anpassung zwischen 3 % und 4 % und einer Aufwertung zwischen 3,5 % und 4,5 % einer

- 4 -

Bruttoverzinsung zwischen 6 % und 7 % p.a.. Die Höhe dieser Bruttoverzinsung entspricht im Schnitt den derzeitigen Gegebenheiten auf dem Geld- und Kapitalmarkt, wenn Gelder langfristig angelegt werden, wie dies für die Beiträge zur Höherversicherung der Fall ist.

Im übrigen stelle ich in der Beilage den Verordnungsentwurf samt Erläuterungen zur Verfügung. In den Erläuterungen wird ausführlich über die versicherungsmathematischen Grundsätze Auskunft gegeben.

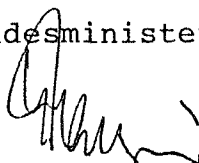
Zu 3.

Der Verordnungsentwurf wurde am 6. November zur Begutachtung an folgende Stellung übersandt:

An das Bundeskanzleramt-Verfassungsdienst
sämtliche Ministerien
alle Landeshauptleute
die Verbindungsstelle der Bundesländer beim Amt der
Niederösterreichischen Landesregierung
den Österreichischen Arbeiterkammertag
die Bundeskammer der gewerblichen Wirtschaft
den Österreichischen Gewerkschaftsbund
den Österreichischen Landarbeiterkammertag
die Präsidentenkonferenz der Landwirtschaftskammern
Österreichs
den Österreichischen Rechtsanwaltskammertag
die Österreichische Notariatskammer
die Österreichische Ärztekammer
die Österreichische Apothekerkammer
die Österreichische Dentistenkammer
die Vereinigung österreichischer Industrieller
die Kammer der Wirtschaftstrehänder
die Bundeskammer der Tierärzte Österreichs
die Bundeskonferenz der Kammern der freien Berufe
Österreichs
die Bundes-Ingenieurkammer
die Österreichische Patentanwaltskammer
die Pensionsversicherungsträger und
an den Hauptverband der österreichischen Sozial-
versicherungsträger.

Beilage

Der Bundesminister:



REPUBLIK ÖSTERREICH
Bundesministerium
für soziale Verwaltung

zur Zl. 20.219/1-1a/85

V e r o r d n u n g

des Bundesministers für soziale Verwaltung
vomüber die Festsetzung der Faktoren
für die Bemessung des besonderen Steigerungsbetrages bzw.
der Höherversicherungspension in der Pensionsversicherung.

Aufgrund des § 248 Abs.4 des Allgemeinen Sozialversicherungsgesetzes, BGBl.Nr.189/1955, in der Fassung des Bundesgesetzes BGBl.Nr.484/1984, des § 141 Abs.6 des Gewerblichen Sozialversicherungsgesetzes, BGBl.Nr.560/1978, in der Fassung des Bundesgesetzes BGBl.Nr.485/1984 und des § 132 Abs.6 des Bauern-Sozialversicherungsgesetzes, BGBl.Nr.559/1978, in der Fassung des Bundesgesetzes BGBl.Nr.486/1984, wird verordnet:

§ 1. Als Faktoren im Sinne des § 248 Abs.4 des Allgemeinen Sozialversicherungsgesetzes, des § 141 Abs.6 des Gewerblichen Sozialversicherungsgesetzes und des § 132 Abs.6 des Bauern-Sozialversicherungsgesetzes werden die in den Anlagen genannten Werte festgesetzt.

§ 2. Die Verordnung tritt mit 1. Jänner 1986 in Kraft.

**Faktoren für die Berechnung des besonderen Steigerungsbetrages
für männliche Versicherte**

Die Beiträge zur Kfzversicherung wurden im Kalender- jahr (gelten für das Kalenderjahr) ent- richtet, in dem der Versicherte das ... Lebensjahr vollendet hatte	Der Faktor beträgt, wenn der Stichtag					
	vor oder in dem Kalenderjahr liegt,	in dem Kalenderjahr liegt,				in oder nach dem Kalenderjahr liegt,
	in dem der Versicherte das ... Lebensjahr vollendet hat oder vollendet hätte					
	Lebensjahr	60.	61.	62.	63.	64.
Faktor	FBS60	FBS61	FBS62	FBS63	FBS64	FBS65
20. und früher	0,01267	0,01387	0,01517	0,01659	0,01810	0,01972
21.	0,01232	0,01349	0,01476	0,01614	0,01760	0,01918
22.	0,01198	0,01312	0,01435	0,01569	0,01712	0,01865
23.	0,01166	0,01276	0,01397	0,01527	0,01666	0,01815
24.	0,01135	0,01242	0,01360	0,01487	0,01622	0,01767
25.	0,01105	0,01210	0,01324	0,01447	0,01579	0,01720
26.	0,01076	0,01178	0,01289	0,01409	0,01538	0,01675
27.	0,01048	0,01147	0,01255	0,01373	0,01497	0,01632
28.	0,01021	0,01118	0,01223	0,01337	0,01459	0,01589
29.	0,00995	0,01089	0,01191	0,01303	0,01421	0,01548
30.	0,00969	0,01061	0,01161	0,01269	0,01385	0,01509
31.	0,00944	0,01034	0,01131	0,01237	0,01349	0,01470
32.	0,00920	0,01008	0,01103	0,01205	0,01315	0,01433
33.	0,00897	0,00982	0,01075	0,01175	0,01282	0,01397
34.	0,00875	0,00957	0,01048	0,01146	0,01250	0,01362
35.	0,00853	0,00934	0,01021	0,01117	0,01218	0,01328
36.	0,00831	0,00910	0,00996	0,01089	0,01188	0,01294
37.	0,00811	0,00888	0,00971	0,01062	0,01158	0,01262
38.	0,00791	0,00865	0,00947	0,01035	0,01130	0,01231
39.	0,00771	0,00844	0,00923	0,01010	0,01101	0,01200
40.	0,00752	0,00823	0,00900	0,00984	0,01074	0,01170
41.	0,00733	0,00802	0,00878	0,00960	0,01047	0,01141
42.	0,00714	0,00782	0,00856	0,00936	0,01021	0,01112
43.	0,00696	0,00762	0,00834	0,00912	0,00995	0,01084
44.	0,00679	0,00743	0,00813	0,00889	0,00970	0,01057
45.	0,00662	0,00724	0,00793	0,00867	0,00946	0,01030
46.	0,00645	0,00706	0,00773	0,00845	0,00922	0,01005
47.	0,00629	0,00689	0,00754	0,00824	0,00899	0,00980
48.	0,00614	0,00672	0,00736	0,00804	0,00877	0,00956
49.	0,00599	0,00656	0,00718	0,00785	0,00856	0,00933
50.	0,00585	0,00640	0,00701	0,00766	0,00836	0,00911
51.	0,00571	0,00625	0,00684	0,00748	0,00816	0,00889
52.	0,00557	0,00610	0,00668	0,00730	0,00796	0,00868
53.	0,00544	0,00596	0,00652	0,00713	0,00778	0,00847
54.	0,00532	0,00582	0,00637	0,00696	0,00760	0,00828
55.	0,00520	0,00569	0,00622	0,00680	0,00742	0,00809
56.	0,00507	0,00555	0,00608	0,00665	0,00725	0,00790
57.	0,00495	0,00542	0,00593	0,00648	0,00707	0,00770
58.	0,00481	0,00526	0,00576	0,00630	0,00687	0,00748
59.	0,00465	0,00509	0,00556	0,00608	0,00664	0,00723
60.	0,00446	0,00488	0,00534	0,00584	0,00637	0,00695
61.		0,00460	0,00504	0,00551	0,00601	0,00654
62.			0,00475	0,00519	0,00567	0,00617
63.				0,00491	0,00536	0,00584
64.					0,00508	0,00554
65.						0,00526

Anlage HW

Faktoren für die Berechnung des besonderen Steigerungsbetrages
für weibliche Versicherte

Die Beiträge zur Höherversicherung wurden im Kalender- jahr (gelten für das Kalenderjahr) ent- richtet, in dem die Versicherte das ... Lebensjahr vollendet hatte	Der Faktor beträgt, wenn der Stichtag					
	vor oder in dem Kalenderjahr liegt,	in dem Kalenderjahr liegt,				in oder nach dem Kalenderjahr liegt,
	in dem die Versicherte das ... Lebensjahr vollendet hat oder vollendet hätte					
Lebensjahr	55.	56.	57.	58.	59.	60.
Faktor	FBS55	FBS56	FBS57	FBS58	FBS59	FBS60
20. und früher	0,01016	0,01072	0,01145	0,01234	0,01332	0,01434
21.	0,00989	0,01043	0,01114	0,01201	0,01296	0,01396
22.	0,00963	0,01015	0,01084	0,01168	0,01261	0,01358
23.	0,00937	0,00988	0,01055	0,01137	0,01227	0,01322
24.	0,00912	0,00961	0,01027	0,01107	0,01194	0,01286
25.	0,00887	0,00936	0,01000	0,01077	0,01163	0,01252
26.	0,00864	0,00911	0,00973	0,01048	0,01132	0,01219
27.	0,00841	0,00887	0,00947	0,01021	0,01102	0,01186
28.	0,00819	0,00863	0,00922	0,00994	0,01073	0,01155
29.	0,00797	0,00841	0,00898	0,00967	0,01044	0,01125
30.	0,00776	0,00818	0,00874	0,00942	0,01017	0,01095
31.	0,00756	0,00797	0,00851	0,00917	0,00990	0,01066
32.	0,00736	0,00776	0,00829	0,00893	0,00964	0,01038
33.	0,00716	0,00755	0,00807	0,00869	0,00938	0,01010
34.	0,00697	0,00735	0,00786	0,00846	0,00914	0,00984
35.	0,00679	0,00716	0,00765	0,00824	0,00889	0,00958
36.	0,00661	0,00697	0,00744	0,00802	0,00866	0,00932
37.	0,00643	0,00678	0,00724	0,00780	0,00842	0,00907
38.	0,00626	0,00660	0,00705	0,00759	0,00820	0,00883
39.	0,00609	0,00642	0,00686	0,00739	0,00798	0,00859
40.	0,00592	0,00625	0,00668	0,00719	0,00776	0,00836
41.	0,00576	0,00608	0,00650	0,00700	0,00755	0,00813
42.	0,00561	0,00591	0,00632	0,00681	0,00735	0,00791
43.	0,00546	0,00575	0,00615	0,00662	0,00715	0,00770
44.	0,00531	0,00560	0,00598	0,00644	0,00695	0,00749
45.	0,00516	0,00544	0,00582	0,00627	0,00676	0,00728
46.	0,00502	0,00529	0,00566	0,00609	0,00658	0,00708
47.	0,00488	0,00515	0,00550	0,00593	0,00640	0,00689
48.	0,00475	0,00501	0,00535	0,00576	0,00622	0,00670
49.	0,00462	0,00487	0,00520	0,00560	0,00605	0,00651
50.	0,00449	0,00473	0,00506	0,00545	0,00588	0,00633
51.	0,00436	0,00460	0,00491	0,00529	0,00572	0,00615
52.	0,00424	0,00447	0,00478	0,00515	0,00555	0,00598
53.	0,00412	0,00434	0,00464	0,00500	0,00539	0,00581
54.	0,00399	0,00421	0,00450	0,00484	0,00523	0,00563
55.	0,00386	0,00407	0,00435	0,00469	0,00506	0,00545
56.		0,00396	0,00423	0,00455	0,00491	0,00529
57.			0,00406	0,00437	0,00472	0,00508
58.				0,00417	0,00450	0,00485
59.					0,00429	0,00462
60.						0,00442

Faktoren für die Berechnung der Höherversicherungspension

Die Beiträge zur Höherversicherung wurden im Kalenderjahr (gelten für das Kalenderjahr) entrichtet, in dem der(die) Versicherte das ... Lebensjahr vollendet hatte	Der Faktor beträgt	
	für Männer	für Frauen
20. und früher	0,01972	0,01434
21.	0,01918	0,01396
22.	0,01865	0,01358
23.	0,01815	0,01322
24.	0,01767	0,01286
25.	0,01720	0,01252
26.	0,01675	0,01219
27.	0,01632	0,01186
28.	0,01589	0,01155
29.	0,01548	0,01125
30.	0,01509	0,01095
31.	0,01470	0,01066
32.	0,01433	0,01038
33.	0,01397	0,01010
34.	0,01362	0,00984
35.	0,01328	0,00958
36.	0,01294	0,00932
37.	0,01262	0,00907
38.	0,01231	0,00883
39.	0,01200	0,00859
40.	0,01170	0,00836
41.	0,01141	0,00813
42.	0,01112	0,00791
43.	0,01084	0,00770
44.	0,01057	0,00749
45.	0,01030	0,00728
46.	0,01005	0,00708
47.	0,00980	0,00689
48.	0,00956	0,00670
49.	0,00933	0,00651
50.	0,00911	0,00633
51.	0,00889	0,00615
52.	0,00868	0,00598
53.	0,00847	0,00581
54.	0,00828	0,00563
55.	0,00809	0,00545
56.	0,00790	0,00529
57.	0,00770	0,00508
58.	0,00748	0,00485
59.	0,00723	0,00462
60.	0,00695	0,00442
61.	0,00654	
62.	0,00617	
63.	0,00584	
64.	0,00554	
65.	0,00526	

REPUBLIK ÖSTERREICH
Bundesministerium
für soziale Verwaltung

zu Zl.20.219/1-1a/85

E r l ä u t e r u n g e n

Durch die 40.Novelle zum Allgemeinen Sozialversicherungsgesetz, BGBl.Nr. 484/1984, die 9.Novelle zum Gewerblichen Sozialversicherungsgesetz, BGBl.Nr. 485/1984, und die 8.Novelle zum Bauern-Sozialversicherungsgesetz, BGBl.Nr. 486/1984, wurde die Höherversicherung in der Pensionsversicherung für Beiträge, die ab 1.Jänner 1986 geleistet werden, nach versicherungsmathematischen Grundsätzen (Äquivalenz von Beiträgen und Leistungen) eingerichtet. Der Bundesminister für soziale Verwaltung wurde beauftragt, durch Verordnung entsprechende Faktoren für die Bemessung der Leistungen aus der Höherversicherung (besonderer Steigerungsbetrag bzw. Höherversicherungspension) festzusetzen. Das Grundprinzip der neuen Regelung besteht darin, daß die in einem Kalenderjahr geleisteten oder als geleistet geltenden Beiträge zur Höherversicherung entsprechend dem Alter des Versicherten zu diesem Zeitpunkt als Einmalprämie für eine Leistung, die gleichzeitig mit der Zuerkennung einer Leistung aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit, des Alters oder des Todes zusätzlich anfällt, angesehen werden. Aus der Summe der Ansprüche, die aus solchen Ein-

- 2 -

malprämien entstehen, wird die Gesamtleistung der Höherversicherung (besonderer Steigerungsbetrag bzw. Höherversicherungspension) ermittelt. Die Anwendung versicherungsmathematischer Grundsätze bedingt daher automatisch, daß die Leistung bei gleicher Beitragszahlung ausschließlich vom Alter des Versicherten zum Zeitpunkt der Einzahlung des Beitrages und der statistischen Lebenserwartung zum Zeitpunkt der Inanspruchnahme der Pension abhängig ist. Als zusätzlicher Parameter spielt nur noch die aufgrund der voraussichtlichen Aufwertung und Anpassung angenommene Verzinsung eine Rolle. In die Berechnungen wurde als Nettoverzinsung ein Zinsfuß von 2,75 % p.a. aufgenommen. Diese Nettoverzinsung entspricht bei einer Anpassung zwischen 3 % und 4 % und einer Aufwertung zwischen 3,5 % und 4,5 % einer Bruttoverzinsung zwischen 6 % und 7 % p.a.. Die Höhe dieser Bruttoverzinsung entspricht im Schnitt den derzeitigen Gegebenheiten auf dem Geld- und Kapitalmarkt, wenn Gelder langfristig angelegt werden, wie dies für die Beiträge zur Höherversicherung der Fall ist. Hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen Brutto- und Nettoverzinsung unter Berücksichtigung der Aufwertung und Anpassung gibt die folgende Übersicht Auskunft:

- 3 -

Brutto- und Nettoverzinsung

Wert des Beitrages bzw. der Leistungen:

Zeitpunkt	x	x + n	x + n + 1	x + n + m
Beitrag 1 entspricht	\bar{A}^2	$\frac{\bar{A}^n}{r^n}$	$\frac{\bar{A}^n \cdot A}{r^n \cdot r}$	$\frac{\bar{A}^n \cdot A^m}{r^n \cdot r^m}$
wenn \bar{v} mit $\frac{\bar{A} + A}{2}/r$ angenommen wird, folgt:		\bar{v}^{-n}	\bar{v}^{-n+1}	\bar{v}^{-n+m}

wobei:

$$\bar{v} = \frac{1}{\bar{r}} = \frac{\bar{A} + A}{2}/r$$

$$1 + i = \frac{\bar{A} + A}{2} \cdot (1 + \bar{i})$$

$$\bar{i} = (1 + i) / \frac{\bar{A} + A}{2} - 1$$

x Zeitpunkt der Beitragsleistung

x + n Zeitpunkt des Pensionsbeginns

 \bar{A} Aufwertungszahl

A Anpassungsfaktor

r, i Bruttoverzinsung, Bruttozinsfuß

 \bar{r} , \bar{i} Nettoverzinsung, Nettozinsfuß

Aufgrund dieser Vorgaben haben Herr Univ.Assistent Diplom.Ver-sicherungsmathematiker Dr.Wolfgang E TTL, allg. gerichtlich beeideter Sachverständiger für Mathematik, Statistik, Lebens- und Pensionsver-sicherung, und Herr Franz Walter PAGLER eine wissenschaftliche Un-tersuchung über die Berechnungsgrundlagen für die Höherversicherung durchgeführt. Eine Kurzfassung dieser Untersuchung wird den Erläute-rungen angeschlossen. Unter Berücksichtigung dieser Untersuchung wurden von den Herren Dr.E TTL und F.W.PAGLER die Faktoren für die Bemessung des besonderen Steigerungsbetrages bzw. der Höherversiche-rungspension in der Pensionsversicherung berechnet.

Das in der Verordnung festgesetzte Ergebnis zeigt, daß für den gleichen Beitrag zur Höherversicherung und für das gleiche Pensionsanfallsalter Frauen eine höhere Leistung aus der Höherversicherung erhalten als Männer. Dieses an sich nicht von vornherein verständliche Ergebnis kommt dadurch zu-stande, daß das Risiko des Anfalles einer Hinterbliebenenleistung bei Männern doch wesentlich höher ist als bei Frauen. Die Häufigkeit einer Witwenpension liegt höher als die einer Witwerpension, die noch dazu eine kürzere Laufzeit aufweist als die Witwenpension. Durch die-ses höhere Risiko wird die an sich höhere Lebenserwartung der Frauen und der damit längere Bezug einer Leistung aus der Höherversicherung bei Frauen mehr als ausgeglichen.

Die Leistung aus der Höherversicherung wird jedoch bei gleichem Beitrag zur Höherversicherung kleiner, je früher die Leistung in Anspruch genommen wird (d.h., je früher die Alterspension aufgrund einer persönlichen Entscheidung des Versicherten anfällt). Diese

- 5 -

Auswirkung ist aber nicht geschlechtsspezifisch , sondern trifft Männer und Frauen im gleichen Ausmaß. Daß die Leistungen für Frauen im Schnitt bei gleichen Beiträgen niedriger sein werden, ist eine Folge der um fünf Jahre niedrigeren Altersgrenze für die Inanspruchnahme der Alterspension. Es wird darauf hingewiesen, daß bei gleichem Pensionsanfallsalter, also z.B. zum 60. Lebensjahr, Frauen sogar geringfügig mehr an Leistung erhalten als Männer.

Zur Verwendung der Anlagen "HM" und "HW" werden noch folgende Bemerkungen beigelegt:

Da der besondere Steigerungsbetrag ein Teil der Pensionsleistung ist, teilt er auch hinsichtlich des Anfalles das Schicksal der Pension. Dies gilt insbesondere für die Witwen(Witwer)pension. Fällt die Witwen(Witwer)pension nach einem Pensionisten an, so gebühren 60 % des besonderen Steigerungsbetrages, der dem Pensionisten zuerkannt wurde (unter Berücksichtigung der Übergangsregelung für die Witwerpension). Wird eine Witwen(Witwer)pension nach einem Aktiven gewährt, so ist zunächst der Anspruch des Versicherten auf den besonderen Steigerungsbetrag zum Zeitpunkt des Todes festzustellen. Als besonderer Steigerungsbetrag für die Witwe (den Witwer) gebühren davon 60 % (unter Berücksichtigung der Übergangsregelung für die Witwerpension).

Wird eine Pension aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit vor dem Erreichen des

- 6 -

60. Lebensjahres bei Männern (des 55. Lebensjahres bei Frauen) in Anspruch genommen, gebührt ein Faktor, wie wenn der Versicherte die vorzeitige Alterspension zum 60. (55.) Lebensjahr in Anspruch genommen hätte. Bei Inanspruchnahme der Pension aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit zu einem späteren Zeitpunkt wird so vorgegangen, wie wenn der Versicherte zu diesem Zeitpunkt die vorzeitige Alterspension oder die normale Alterspension in Anspruch genommen hätte. Dasselbe gilt auch für die Hinterbliebenenpension nach einem Aktiven.

- 7 -

K u r z f a s s u n g
der wissenschaftlichen Untersuchung über die
Berechnungsgrundlagen für die Höherversicherung

1. Einleitende Zusammenfassung

Ziel dieser wissenschaftlichen Untersuchung ist, für die freiwillige Höherversicherung in der Pensionsversicherung jene Faktoren zu berechnen, die - vom versicherungsmathematischen Standpunkt der Äquivalenz von Einnahmen und Ausgaben - gerechte und adäquate Leistungen bei vorgegebenen Beiträgen ergeben.

Wird daher eine Leistung (z.B. vorzeitige Alterspension) früher in Anspruch genommen als es dem normalen Pensionsanfallsalter entspricht, bewirkt dies eine nach versicherungsmathematischen Grundsätzen berechnete niedrigere Leistung der Höherversicherung. Damit wird jede Bevorzugung oder Benachteiligung des einzelnen Versicherten vermieden.

Es wurden folgende Leistungen der Höherversicherung in die Kalkulation aufgenommen:

Gewährung eines besonderen Steigerungsbetrages zu Leistungen aus den Versicherungsfällen

- der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit
- des Alters
- des Todes

bzw. in den Pensionsversicherungen der Selbständigen in bestimmten Fällen die Gewährung einer Höherversicherungspension.

Als Ausgangsmaterial standen die Daten aller Personen, die die freiwillige Höherversicherung beanspruchen können, der Jahre 1979 bis 1983 zur Verfügung.

Da alle möglichen Leistungen bei der Berechnung berücksichtigt wurden, sind die Faktoren gerecht, d.h., sie bewirken in versicherungsmathematischer Hinsicht weder einen Gewinn noch einen Verlust für die Pensionsversicherungsträger bzw. die Versicherten.

2. Herleitung der Rechnungsgrundlagen; Ausscheideordnungen und Ausscheidewahrscheinlichkeiten

2.1. Ausgangsmaterial

Bei der Herleitung der Rechnungsgrundlagen ist die Wahl von adäquaten Statistikdaten für die Finanzierbarkeit wesentlich. Die Auswahl ist mit besonderer Vorsicht zu treffen.

Grundsätzlich ist jener Personenkreis heranzuziehen, der die Höherversicherung in Anspruch nehmen kann. Das zur Verfügung stehende Datenmaterial wurde daher in dieser Hinsicht ausgewählt. Bei den einzelnen Ausscheide- und Zugangswahrscheinlichkeiten wird darauf im Detail eingegangen. Generell standen folgende Daten zur Verfügung:

Statistiken folgender Pensionsversicherungsträger:

Pensionsversicherungsanstalt der Arbeiter

Versicherungsanstalt der österreichischen Eisenbahnen

Pensionsversicherungsanstalt der Angestellten

Versicherungsanstalt des österreichischen Bergbaues

Sozialversicherungsanstalt der gewerblichen Wirtschaft (GSVG + FSVG)

Sozialversicherungsanstalt der Bauern

- 9 -

Statistiken der Krankenversicherungsträger:

Hier wurden die Grundzählungen und die Sterbealterstatistik verwendet.

Statistiken des Statistischen Zentralamtes:

Zusätzlich zu den obigen Statistiken, die sich auf Versicherte und deren Angehörige oder Hinterbliebene als Personenkreis beziehen, ist noch die Bevölkerungsstatistik verfügbar. Sie umfaßt neben Personen, die die Höherversicherung gar nicht in Anspruch nehmen können (z.B.: Beamte von Bund, Ländern und Gemeinden), auch den Kreis jener Personen, die weder selbst sozialversichert sind, noch als Angehörige gelten. Dieser zuletzt angesprochene Personenkreis beinhaltet unter anderem jene freien Berufe, die allein durch eine berufsständische Altersversorgung abgesichert sind. Aber auch jener zweifelsohne sehr kleine Kreis der Nichterwerbstätigen, die nicht als Angehörige aufscheinen, sind in diesen gesamtösterreichischen Statistiken angeführt.

Besonders für Vergleichszwecke sind diese Statistiken von hohem Nutzen, weil sie für kleine Gruppen, wie z.B. Witwer, wichtige Kontrolldaten liefern.

Ausländisches Vergleichsmaterial:

Vergleichsmaterial der umliegenden Länder BRD und Schweiz wurde für Kontrollrechnungen herangezogen:

aus der BRD: Richttafeln von Heubeck 1982 (3)

aus der Schweiz: Sterblichkeit der Rentenversicherung der schweizerischen Lebensversicherungs- und Rentenanstalten in den Jahren 1971 bis 1980

2.2. Beobachtungszeitraum:

Ausgewählt wurden die Daten der Jahre 1979 bis 1983. Damit liegt auch der Beobachtungszeitraum der österreichischen Volkssterbetafel 1980/1982 in der Mitte dieses Zeitraumes und gestattet somit direkte Vergleiche.

3. Auswertungen des Datenmaterials

3.1. Rohe Ausscheidhäufigkeiten:

Aus den zur Verfügung stehenden Daten wurden vorerst rohe Ausscheidhäufigkeiten berechnet: z.B. die Häufigkeiten, daß eine Person aus einer bestimmten Gruppe, etwa der der aktiven Versicherten, ausscheidet und in eine andere Gruppe, z.B. zu der Gruppe der Invaliden, übertritt. Diese sogenannten rohen Daten bilden die Grundlage für die Ableitung der benötigten Ausscheidewahrscheinlichkeiten.

Es gibt verschiedene Stände von lebenden Personen und verschiedene Ausscheideursachen aus diesen Ständen. Für die Berechnung der rohen Ausscheidhäufigkeiten wurde von folgenden Statistiken ausgegangen:

$S(x, j, t)$ Zahl der x -jährigen Personen des j -ten Standes zu Beginn des Jahres t

$S(x+1, j, t)$ Zahl der $(x+1)$ -jährigen Personen des j -ten Standes am Ende des Jahres t

$A(x, j, k, t)$ Zahl der x -jährigen Personen, die im Jahr t aus dem Stand j durch die Ursache k ausgeschieden sind

$Z(x, j, m, t)$ Zahl der x -jährigen Personen, die im Jahr t in den Stand j durch die Ursache m neu hinzugekommen sind

$D(x, j, t)$ Zahl der x -jährigen Personen, die im Jahr t als "sonstiger Zu- und Abgang" des Standes j errechnet werden

- 11 -

Es gilt sodann für diese Personenstände:

$$S(x+1, j, t) = S(x, j, t) + Z(x, j, 1, t) + \dots + Z(x, j, h, t) - A(x, j, 1, t) - \dots - A(x, j, h, t) + D(x, j, t)$$

Die rohe Abgangswahrscheinlichkeit $W(x, j, k, t)$ aus dem Personenstand j durch die Ursache k ergibt sich somit aus folgender Formel (s. Wolff, Versicherungsmathematik (4) p.25):

$$W(x - \frac{1}{2}, j, k, t) =$$

$$\frac{A(x, j, k, t)}{S(x, j, t) + \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_{i=1}^h Z(x, j, i, t) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^h A(x, j, i, t) \right)}$$

Dabei wird angenommen, daß die Zu- und Abgänge in den verschiedenen Personengruppen gleichmäßig über das Jahr verteilt erfolgen. Im ausgewählten Datenmaterial standen die Personengruppen nach ihrem Geburtsjahr gegliedert zur Verfügung. An den Stichtagen, das war jeweils der 31. Dezember/1. Jänner eines jeden Jahres, war im Jahre t das Durchschnittsalter des Geburtsjahrganges $t-x$ am 1. Jänner des Beobachtungsjahres $x - \frac{1}{2}$. Die rohen Ausscheidehäufigkeiten stammen somit zwar nicht aus der Beobachtung von genau $(x - \frac{1}{2})$ -jährigen, sondern von Personen, deren Alter zwischen $x-1$ und x schwankt und daher im Durchschnitt $x - \frac{1}{2}$ beträgt. Im Hinblick auf die noch vorzunehmende Ausgleichung ist dies nach den Regeln der Versicherungsmathematik zu vernachlässigen (s. Wolff, Versicherungsmathematik (4), p.25). Da insbesondere einjährige Aus-

- 12 -

scheidehäufigkeiten berechnet wurden und keine Ausscheideintensitäten unter Annahme von Markovprozessen, ist diese Vorgangsweise einzuschlagen.

Der "sonstige Zu- und Abgang" $D(x,j,t)$ ergibt sich als Differenz zwischen $S(x,j,t) + Z(x,j,1,t) + \dots + Z(x,j,h,t) - A(x,j,1,t) - \dots - A(x,j,h,t)$ als Fortschreibung der Veränderungen des Vorjahresstandes und dem Stand $S(x+1,j,t)$ laut Statistik. Eine Überprüfung ergab folgende zweckmäßige Vorgangsweise:

Falls $D(x,j,t)$ negativ ist, wird dies als sonstiger Zugang gewertet.

Falls $D(x,j,t)$ positiv ist, wird dies als sonstiger Abgang gewertet.

3.2. Abhängige und unabhängige Wahrscheinlichkeiten

Eine Personengesamtheit, welche mit der Zeit aus einer einzigen Ursache (im allgemeinen durch Tod) abnimmt, heißt eine unabhängige oder einfache Ordnung. Gesamtheiten von Personen, welche mit der Zeit aus zwei oder mehr Ursachen abnehmen (z.B. Tod und Invalidisierung), heißen zusammengesetzte Ordnungen. Zusammengesetzte Ordnungen lassen sich immer als Produkt von einfachen Ordnungen schreiben (s. Zwinggi, Versicherungsmathematik (8), p.22). Die totale Verbleibswahrscheinlichkeit in einer zusammengesetzten Gruppe muß als Produkt der partiellen Verbleibswahrscheinlichkeiten geschrieben werden (diese sind im Sinne der auf Karup zurückgehenden versicherungsmathematischen Ausdrucksweise unabhängig). Für die Berechnung der benötigten Tabellen-

- 13 -

werte sind jedoch die einzelnen abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten notwendig. Die totale Ausscheidewahrscheinlichkeit ist gleich der Summe der einzelnen abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten. Bei Verwendung von unabhängigen Verbleibswahrscheinlichkeiten ist somit die Verbindung unter diesen multiplikativ. Bei der Verwendung von abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten ist die Verbindung additiv. Da in der Versicherungsmathematik für die Berechnung der Tabellenwerte üblicherweise jeweils die Ausscheidewahrscheinlichkeiten benötigt werden, sind die sogenannten unabhängigen Verbleibswahrscheinlichkeiten in die einzelnen abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten nach den bekannten versicherungsmathematischen Zusammenhängen umzuwandeln. Hierbei sei angemerkt, daß die Bezeichnungen "abhängig" und "unabhängig" nicht im Sinne der mathematischen Statistik verwendet werden, sondern im Sinne der Versicherungsmathematik (s. Saxer, Versicherungsmathematik I (5), p.23 ; Neil, Life Contingencies (7), p.301; Zwinggi, Versicherungsmathematik (8), p.22-31). Der Sinn der Benennung ist leicht einzusehen: Die Ordnung der Personengruppe i und damit die Ausscheidewahrscheinlichkeit wird alleinig durch die unabhängige Ausscheideshäufigkeit beeinflusst. Demgegenüber wird die Gesamtheit der Personen beim Vorhandensein von anderen Ausscheideursachen verkleinert, sodaß diese die Größe der abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeit beeinflusst. Die folgenden Formeln für die Berechnung der abhängigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten legen einen linearen Verlauf der Ausscheidewahrscheinlichkeiten und Zugangswahrscheinlichkeiten innerhalb eines Jahres zugrunde und

- 14 -

weitere eine Potenzreihenentwicklung einer Exponentialfunktion (s. Neil, Life Contingencies (7), p.301).

Unter Verwendung der bekannten versicherungsmathematischen Notation wurden folgende Wahrscheinlichkeiten berechnet: Indices mit "x" bezeichnen Werte für Männer, Indices mit "y" bezeichnen Werte für Frauen

		Definitionsbereich
Rechnungsmäßiges Alter des Mannes	x	20-100
Rechnungsmäßiges Alter der Frau	y	20-100
Endalter der Ausscheideordnung	ω	
Sterbewahrscheinlichkeit eines Aktiven des Alters x	q_x^{aa}	20-75
Sterbewahrscheinlichkeit einer Aktiven des Alters y	q_y^{aa}	20-75
Invalidisierungswahrscheinlichkeit eines Aktiven	i_x	20-65
Invalidisierungswahrscheinlichkeit einer Aktiven	i_y	20-60
Reaktivierungswahrscheinlichkeit eines Invaliden des Alters x	r_x	20-65
Reaktivierungswahrscheinlichkeit einer Invaliden des Alters y	r_y	20-60
Sterbewahrscheinlichkeit eines Invaliden des Alters x	q_x^i	20-99
Sterbewahrscheinlichkeit einer Invaliden des Alters y	q_y^i	20-99
Differenz zwischen dem rechnermäßigen Alter x des Mannes (y der Frau) und dem Anfall der Alterspension	n	

- 15 -

Sterbewahrscheinlichkeit eines Alterspensionisten des Alters x	q_x^{Lrm}	60-99
Sterbewahrscheinlichkeit einer Alterspensionistin des Alters y	q_y^{Lrf}	55-99
Sterbewahrscheinlichkeit eines Mannes des Gesamtbestandes im Alter x	q_x	20-99
Sterbewahrscheinlichkeit einer Frau des Gesamtbestandes im Alter y	q_y	20-99
Sterbewahrscheinlichkeit eines Witwers des Alters x	q_x^w	20-99
Sterbewahrscheinlichkeit einer Witwe des Alters y	q_y^w	20-99
Wahrscheinlichkeit, daß ein Mann, der mit dem Alter x stirbt, eine anspruchsberechtigte Witwe hinterläßt	h_x	20-99
Wahrscheinlichkeit, daß eine Frau, die mit dem Alter y stirbt, einen anspruchsberechtigten Witwer hinterläßt	h_y	20-99
Altersdifferenz im Zeitpunkt des Todes zwischen dem im Alter x Verstorbenen und der anspruchs- berechtigten Witwe	$y(x)$	20-99
Altersdifferenz im Zeitpunkt des Todes zwischen der im Alter y Verstorbenen und dem anspruchs- berechtigten Witwer	$x(y)$	20-99

Die unabhängigen Wahrscheinlichkeiten werden durch einen hochgestellten * gekennzeichnet. Es gilt für die Umrechnung folgendes Gleichungssystem für die abhängigen partiellen Ausscheidewahrscheinlichkeiten:

Für Männer:

$$i_x = i_x^* \cdot (1 - q_x^{aa} / 2)$$

$$q_x^{aa} = q_x^{aa*} \cdot (1 - i_x / 2)$$

$$q_x^i = q_x^i \cdot (1 - r_x / 2)$$

$$r_x = r_x^* \cdot (1 - q_x^i / 2)$$

Für Frauen:

$$i_y = i_y^* \cdot (1 - q_y^{aa} / 2)$$

$$q_y^{aa} = q_y^{aa*} \cdot (1 - i_y / 2)$$

$$q_y^i = q_y^i \cdot (1 - r_y / 2)$$

$$r_y = r_y^* \cdot (1 - q_y^i / 2)$$

4. Herleitung der Grundwahrscheinlichkeiten4.1. Ausgleichung

Die Aufgabe, für die rohen Werte mit zufälligen Schwankungen eine glatte Ausgleichsfunktion zu finden, wurde bereits vom Mathematiker C.F.Gauss im 17.Jahrhundert unter bestimmten Bedingungen gelöst. Diese Ausgleichsrechnung von Gauss bildet die Basis für die hier verwendeten Verfahren. Die nach den vorhin erwähnten Verfahren

- 17 -

ermittelten Daten lassen sich - in der Terminologie der mathematischen Statistik gesprochen - als Realisationen von zufälligen Variablen deuten, deren gemeinsame Verteilung eine einfache Struktur besitzen. Ein weiterer Grund für die Ausgleichung der rohen Werte ist der Wunsch, daß die Tabellenwerte in den meisten Altersbereichen monoton vom Alter abhängen sollen: Für den gleichen Geldbetrag erhält man mit zunehmendem Alter einen geringeren Leistungsanspruch, was durch die kürzere Zeit bis zum Anfallsalter der Alterspension erklärbar ist. Andererseits dürfen zwischen den rohen Werten, die aus den Statistiken der Versicherungsträger abgeleitet sind, und den ausgeglichenen Werten keine allzu großen Abweichungen auftreten, da die zur Verfügung stehende Datenmenge für eine beachtliche Signifikanz spricht.

An Methoden für die Ausgleichung stehen grob gesprochen drei große Gruppen zur Verfügung:

- Graphische Verfahren:

Die auszugleichenden Werte werden in ein Koordinatennetz als Punkte aufgetragen. Die Verbindung dieser Punkte wäre ein Zickzackweg. In diesen Zickzackweg wird ziemlich willkürlich ein Polygonzug gelegt, der die ausgeglichenen Werte darstellen soll.

- Mechanische Verfahren:

Es werden durch bestimmte wohldefinierte mathematische Operationen aus den rohen Werten die ausgeglichenen erarbeitet. Diese Verfahren legen kein bestimmtes Sterbegesetz zugrunde.

- Analytische Verfahren:

Man geht von einem SterbeGesetz aus, das durch Parameter einer mathematischen Funktion dargestellt wird. Durch optimale Wahl der Parameter kann erreicht werden, daß sich die rohen Werte möglichst gut den durch das SterbeGesetz sich ergebenden ausgeglichenen anschmiegen. Die erste Gruppe von Verfahren, die lokal ausgleichen und global glatt zusammenhängen, haben Probleme hinsichtlich möglicher Bruchstellen an den Grenzen der Teilbereiche.

All diese drei Gruppen haben den Nachteil, daß sie meist sehr willkürliche Annahmen über den Verlauf der Wahrscheinlichkeiten annehmen, und auch in ihrer Glattheit manchmal größere Mängel aufweisen.

Diesen drei Methodengruppen der Ausglei chung steht die Ausglei chung durch Splinefunktionen gegenüber: Eine globale Ausglei chung, die das unterschiedliche Verhalten in den Teilbereichen berücksichtigt und Bruchstellen an den Grenzen der Teilbereiche vermeidet. Ferner ist sichergestellt, daß die statistische Signifikanz der Daten mitberücksichtigt wird.

Die österreichische Volkssterbetafel 1980/1982 wurde mit sehr guten Resultaten mittels Splinefunktionen ausgeglichen. Ferner wurde die Methode der Splinefunktionen mit Erfolg an zahlreichen verschiedenen versicherungsmathematischen Problemen im Ausland eingesetzt.

Die Konstruktion und Verwendung der Splinefunktion für die Ausglei chung ist in zahlreichen mathematischen Publikationen ausführlich dargelegt (ohne Vollzähligkeit: Reinsch (11,12), Cox (13), De Boor (9), Gentleman (14), Hayes and Halliday (15), Dierckx (10), Späth (16)).

- 19 -

Insbesondere das Problem der Ausgleichung im Dreidimensionalen unter Verwendung von Gewichten, die die statistische Signifikanz berücksichtigen, eignet sich hervorragend für die Behandlung mittels Splinefunktionen, da alle anderen Verfahren dafür ungeeignet sind. Weitere Beispiele von Tafeln, die mittels Splinefunktionen ausgeglichen wurden: Heubeck, Richttafeln (3), Sterblichkeit bei Einzelkapitalversicherungen der Schweiz. Lebensversicherungs- und Rentenanstalten in den Jahren 1971-1980.

4.2. Das Material im Detail

4.2.1. Verwendete Statistiken der Sozialversicherungsträger

Für die Pensionsversicherungsanstalt der Arbeiter, die Versicherungsanstalt der österreichischen Eisenbahnen, die Pensionsversicherungsanstalt der Angestellten, die Versicherungsanstalt des österreichischen Bergbaues als Versicherungsträger der Unselbständigen und die Sozialversicherungsanstalt der gewerblichen Wirtschaft sowie die Sozialversicherungsanstalt der Bauern als Versicherungsträger der Selbständigen lagen für alle eventuellen Untergliederungen (inclusive Übergangsregelungen) folgende Statistiken für Männer und Frauen getrennt vor:

Stand der Pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen

für die Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit : l_x^i und l_y^i

Stand der Pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen

für die Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters: l_x^{Lrm} und l_y^{Lrf}

- 20 -

Stand der Pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen
für die Witwer(Witwen-)pensionen: l_x^w und l_y^w

Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pen-
sionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähig-
keit bzw. der Erwerbsunfähigkeit: nzi_x und nzi_y

Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pen-
sionen aus dem Versicherungsfall des Alters: nzr_x und nzr_y

Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Witwer-
(Witwen-)pensionen: nzw_x und nzw_y

Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den
Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähig-
keit bzw. der Erwerbsunfähigkeit: d_x^i und d_y^i

Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den
Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters: d_x^{Lrm} und d_y^{Lrf}

Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den
Witwer(Witwen-)pensionen: d_x^w und d_y^w

Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wiedererlangung der Arbeitsfähig-
keit bzw. Wegfall der Erwerbsunfähigkeit nach Geburtsjahrgängen
von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Ar-
beitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit: lr_x^i und lr_y^i

- 21 -

Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wegfall der Voraussetzungen für die Gewährung der vorzeitigen Alterspension nach Geburtsjahren von den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters:

$$wr_x^r \text{ und } wr_y^r$$

Pensionsabgänge jedes Jahres bei Wiederverheiratung nach Geburts-

jahren von den Witwer(Witwen-)pensionen: wv_x^w und wv_y^w

Stand der aktiven Pensionsversicherten im Juli jedes Jahres nach Geburtsjahren aus dem Versichertenstand der Krankenversicherung mittels Zusatztabellen errechnet: l_x^{aa} und l_y^{aa}

Abgänge von den aktiven Versicherten jedes Jahres durch Tod aus der

Sterbealterstatistik nach Altersgruppen gegliedert: d_x^{aa} und d_y^{aa}

Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahren des Verstorbenen (der Verstorbenen) zu den Witwer- (Witwen-) -

pensionen , gegliedert nach den Ständen des Verstorbenen

(der Verstorbenen): nw_x und nw_y

Altersdifferenzen jedes Jahres nach Geburtsjahren des Verstorbenen

(der Verstorbenen) zu anspruchsberechtigten Witvern (Witwen),

gegliedert nach den Ständen des Verstorbenen (der Verstorbenen).

Alle Zu- und Abgänge zu den Waisenpensionen lagen ebenfalls vor.

Die Auswertungen dieser Daten wurden jedoch nicht in die Tabellenwerte übernommen.

4.2.2. Aktivensterblichkeit: q_x^{aa} und q_y^{aa}

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Der Stand der aktiven Pensionsversicherten im Juli jedes Jahres, nach Geburtsjahrgängen gegliedert, wurde aus der Grundzählung der Krankenversicherung mittels Zusatztabelle errechnet.
2. Die Abgänge von den aktiven Versicherten jedes Jahres durch Tod wurden aus der Sterbealterstatistik, die nach Altersgruppen gegliedert ist, berechnet.
3. Ferner fanden die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wiedererlangung der Arbeitsfähigkeit bzw. Wegfall der Erwerbsunfähigkeit nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit als Zugänge zu den aktiv Versicherten Berücksichtigung.

Da die Anzahl der aktiv Versicherten für den Monat Juli jedes Jahres erhoben wurde, mußten folgende Formeln für die rohe Aktivensterblichkeit verwendet werden:

$$q_{x+\frac{1}{2}}^{aa} = \frac{d_x^{aa}}{l_x^{aa} + \frac{1}{2} \cdot d_x^{aa}}$$

$$q_{y+\frac{1}{2}}^{aa} = \frac{d_y^{aa}}{l_y^{aa} + \frac{1}{2} \cdot d_y^{aa}}$$

- 23 -

4.2.3. Invalidensterblichkeit: q_x^i und q_y^i

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Es wurde der Stand der Pensionsbezieher im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen für die Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit aus den Statistiken erhoben.
2. Die Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
3. Die sonstigen Ab- und Zugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
4. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
5. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wiedererlangung der Arbeitsfähigkeit bzw. Wegfall der Erwerbsunfähigkeit nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.

Die Formeln hiezu lauten:

$$q_{x+\frac{1}{2}}^i = \frac{d_x^i}{l_x^i + \frac{1}{2} \cdot nzi_x^i - \frac{1}{2} \cdot lr_x^i}$$

$$q_{y+\frac{1}{2}}^i = \frac{d_y^i}{l_y^i + \frac{1}{2} \cdot nzi_y^i - \frac{1}{2} \cdot lr_y^i}$$

- 24 -

4.2.4. Invalidisierungswahrscheinlichkeit: i_x und i_y

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Der Stand der aktiven Pensionsversicherten im Juli jedes Jahres, nach Geburtsjahrgängen gegliedert, wurde aus der Grundzählung der Krankenversicherung mittels Zusatztabellen errechnet.
2. Die Abgänge von den aktiven Versicherten jedes Jahres durch Tod wurden aus der Sterbealterstatistik, die nach Altersgruppen gegliedert ist, berechnet.
3. Ferner fanden die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wiedererlangung der Arbeitsfähigkeit bzw. Wegfall der Erwerbsunfähigkeit nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit als Zugänge zu den aktiv Versicherten Berücksichtigung.
4. Die Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.

Da die Anzahl der aktiv Versicherten für den Monat Juli jedes Jahres erhoben wurde, mußte folgende Formel für die rohe Invalidisierungswahrscheinlichkeit verwendet werden:

$$i_{x+\frac{1}{2}} = \frac{nzi_x}{l_x^{aa} + \frac{1}{2} \cdot nzi_x}$$

$$i_{y+\frac{1}{2}} = \frac{nzi_y}{l_y^{aa} + \frac{1}{2} \cdot nzi_y}$$

4.2.5. Reaktivierungswahrscheinlichkeit: r_x und r_y

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Der Stand der Pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen für die Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
2. Die Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
3. Die sonstigen Ab- und Zugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
4. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.
5. Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wiedererlangung der Arbeitsfähigkeit bzw. Wegfall der Erwerbsunfähigkeit nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit.

Dabei wurde folgende Formel verwendet:

$$r_{x+\frac{1}{2}}^i = \frac{lr_x^i}{l_x^i + \frac{1}{2} \cdot nzi_x - \frac{1}{2} \cdot d_x^i}$$

$$r_{y+\frac{1}{2}}^i = \frac{lr_y^i}{l_y^i + \frac{1}{2} \cdot nzi_y - \frac{1}{2} \cdot d_y^i}$$

4.2.6. Sterbewahrscheinlichkeit der Alterspensionisten:

$$\underline{q_x^{Lrm} \text{ und } q_y^{Lrf}}$$

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Stand der Pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen für die Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.
2. Die Zahl der Abgänge wegen Wegfall der Voraussetzung für die Gewährung der vorzeitigen Alterspension.
3. Die Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.
4. Die Zahl der Abgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.
5. Die sonstigen Ab- und Zugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.

Dabei wurde folgende Formel verwendet:

$$q_{x+1/2}^{Lrm} = \frac{d_x^{Lrm}}{l_x^{Lrm} + \frac{1}{2} \cdot n_{zr}_x - \frac{1}{2} \cdot w_r^r}$$

$$q_{y+1/2}^{Lrf} = \frac{d_y^{Lrf}}{l_y^{Lrf} + \frac{1}{2} \cdot n_{zr}_y - \frac{1}{2} \cdot w_r^r}$$

4.2.7. Sterbewahrscheinlichkeit der Witwer und Witwen:

$$\underline{q_x^w \text{ und } q_y^w}$$

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Stand der Witwer(Witwen-)pensionen im Dezember jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen.
2. Die sonstigen Ab- und Zugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Witwer(Witwen-)pensionen.
3. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Wegfalls bei Wiederverheiratung nach Geburtsjahrgängen von den Witwer(Witwen-)pensionen.
4. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von Witwer(Witwen-)pensionen.

Dabei wurde folgende Formel verwendet:

$$q_{x+1}^w = \frac{d_x^w}{l_x^w + \frac{1}{2} \cdot nzw_x - \frac{1}{2} \cdot wv_x^w}$$

$$q_{y+1}^w = \frac{d_y^w}{l_y^w + \frac{1}{2} \cdot nzw_y - \frac{1}{2} \cdot wv_y^w}$$

- 28 -

4.2.8. Sterbewahrscheinlichkeit des Gesamtbestandes: q_x und q_y

Es wurden alle Zu- und Abgänge nach folgenden Formeln berücksichtigt:

$$q_{x+\frac{1}{2}} = \frac{\text{Alle Tote mit Alter } x+\frac{1}{2}}{\text{Personen mit Alter } x+\frac{1}{2} \text{ in der Mitte des Jahres } + \frac{1}{2} \cdot \text{Tote mit Alter } x+\frac{1}{2}}$$

$$q_{y+\frac{1}{2}} = \frac{\text{Alle Tote mit Alter } y+\frac{1}{2}}{\text{Personen mit Alter } y+\frac{1}{2} \text{ in der Mitte des Jahres } + \frac{1}{2} \cdot \text{Tote mit Alter } y+\frac{1}{2}}$$

4.2.9. Wahrscheinlichkeit, daß ein Mann, der mit dem Alter x stirbt (eine Frau, die mit Alter y stirbt), eine anspruchsberechtigte Witwe (einen anspruchsberechtigten Witwer) hinterläßt: h_x und h_y

Es wurden folgende Statistiken verwendet:

1. Pensionsneuzugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen des Verstorbenen (der Verstorbenen) zu den Witwer(Witwen-)pensionen, gegliedert nach Ständen des Verstorbenen (der Verstorbenen).
2. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.
3. Die sonstigen Ab- und Zugänge jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen zu den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminder-ten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit, des Alters und zu den Witwer(Witwen-)pensionen.

- 29 -

4. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. der Erwerbsunfähigkeit,
5. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Pensionen aus dem Versicherungsfall des Alters.
6. Die Pensionsabgänge jedes Jahres wegen Tod nach Geburtsjahrgängen von den Witwer(Witwen-)pensionen.
7. Gestorbene aktive Versicherte aus der Sterbealterstatistik.

Dabei wurde folgende Formel verwendet:

$$h_{x+\frac{1}{2}} = \frac{\text{Pensionsneuzugänge von Witwerpensionen nach dem Alter } x+\frac{1}{2}}{\text{Alle Tote mit Alter } x+\frac{1}{2}}$$

$$h_{y+\frac{1}{2}} = \frac{\text{Pensionsneuzugänge von Witwenpensionen nach dem Alter } y+\frac{1}{2}}{\text{Alle Tote mit Alter } y+\frac{1}{2}}$$

4.2.10. Altersdifferenz im Zeitpunkt des Todes zwischen dem im Alter x Verstorbenen und der anspruchsberechtigten Witwe y(x) und die Altersdifferenz im Zeitpunkt des Todes zwischen der im Alter y Verstorbenen und dem anspruchsberechtigten Witwer x(y)

Es wurden die einzelnen Altersdifferenzen jedes Jahres nach Geburtsjahrgängen des Verstorbenen (der Verstorbenen) zu den anspruchsberechtigten Witwern (Witwen), gegliedert nach den Ständen des Verstorbenen (der Verstorbenen), mit der Anzahl der anfallenden Witwer(Witwen-)pensionen in den einzelnen Ständen gewichtet gemittelt.

4.3. Versicherungsmathematische Notation

Im folgenden Text wird die übliche versicherungsmathematische Notation verwendet. Für Detailinformation über die Herleitung sei auf die bekannte Literatur verwiesen: Wolff, Versicherungsmathematik (4), p.191-221, mit einer sehr klaren Herleitung; Saxer, Versicherungsmathematik I (5) mit sehr klarer Beschreibung; Zwinggi, Versicherungsmathematik (8), p.72-81; Thullen, Mathematische Methoden der Sozialen Sicherheit (1), p.19-116, mit umgekehrter Notation hinsichtlich abhängiger und unabhängiger Wahrscheinlichkeiten.

- 31 -

5. Ausscheideordnungen und Formeln

5.1. Notation

Zusätzlich zur Notation in 3.2. werden folgende Bezeichnungen verwendet, wobei Indices mit "x" Werte für Männer bezeichnen, Indices mit "y" Werte für Frauen bezeichnen:

Zinsfuß	i
Abzinsungsfaktor	$v = 1/(1+i)$
Reduktionsfaktor für unterjährige Zahlungsweise	$k^{(m)} = \frac{m-1}{2m} + \frac{m^2-1}{6m^2} \cdot (1-i/2) \cdot i$
Schlußalter für Aktive = Beginn der normalen Alterspension	z

5.2. Ausscheideordnungen

Ausscheideordnung der Aktiven:

$$\text{für Männer} \quad l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} \cdot (1 - q_x^{aa} - i_x); \quad l_{20}^{aa} = 100000$$

$$\text{für Frauen} \quad l_{y+1}^{aa} = l_y^{aa} \cdot (1 - q_y^{aa} - i_y); \quad l_{20}^{aa} = 100000$$

Ausscheideordnung der Invaliden:

$$\text{für Männer} \quad l_{x+1}^i = l_x^i \cdot (1 - q_x^i); \quad l_{20}^i = 100000$$

$$\text{für Frauen} \quad l_{y+1}^i = l_y^i \cdot (1 - q_y^i); \quad l_{20}^i = 100000$$

Ausscheideordnung der Pensionisten:

$$\text{für Männer} \quad l_{x+1}^{Lrm} = l_x^{Lrm} \cdot (1 - q_x^{Lrm}); \quad l_{60}^{Lrm} = 100000$$

$$\text{für Frauen} \quad l_{y+1}^{Lrf} = l_y^{Lrf} \cdot (1 - q_y^{Lrf}); \quad l_{55}^{Lrf} = 100000$$

Ausscheideordnung der Witwer bzw. der Witwen:

$$\text{für Männer} \quad l_{x+1}^w = l_x^w \cdot (1 - q_x^w); \quad l_{20}^w = 100000$$

$$\text{für Frauen} \quad l_{y+1}^w = l_y^w \cdot (1 - q_y^w); \quad l_{20}^w = 100000$$

5.3. KommutationszahlenFür Männer:

$$D_x^{aa} = l_x^{aa} \cdot v^x$$

$$D_x^i = l_x^i \cdot v^x$$

$$D_x^{Lrm} = l_x^{Lrm} \cdot v^x$$

$$D_x^w = l_x^w \cdot v^x$$

$$N_x^{aa} = \sum_x^{z-1} D_x^{aa}$$

$$N_x^i = \sum_x^{\omega-1} D_x^i$$

$$N_x^{Lrm} = \sum_x^{\omega-1} D_x^{Lrm}$$

$$N_x^w = \sum_x^{\omega-1} D_x^w$$

Für Frauen:

$$D_y^{aa} = l_y^{aa} \cdot v^y$$

$$D_y^i = l_y^i \cdot v^y$$

$$D_y^{Lrf} = l_y^{Lrf} \cdot v^y$$

$$D_y^w = l_y^w \cdot v^y$$

$$N_y^{aa} = \sum_y^{z-1} D_y^{aa}$$

$$N_y^i = \sum_y^{\omega-1} D_y^i$$

$$N_y^{Lrf} = \sum_y^{\omega-1} D_y^{Lrf}$$

$$N_y^w = \sum_y^{\omega-1} D_y^w$$

5.4. Barwerte

Für Leistungen aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit wird der Ausdruck "Invalidenpension" gebraucht, für Leistungen aus den Versicherungsfällen des Alters die Bezeichnung "Alterspension".

5.4.1. Rentenbarwerte für Männer

Lebenslängliche Invalidenpension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren Invalidenpension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_x^i = \frac{N_x^i}{D_x^i} - k^{(12)}$$

Lebenslängliche Alterspension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren Alterspension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_x^{Lrm} = \frac{N_x^{Lrm}}{D_x^{Lrm}} - k^{(12)}$$

Lebenslängliche Witwerpension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren Witwerpension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_x^w = \frac{N_x^w}{D_x^w} - k^{(12)}$$

- 35 -

5.4.2. Rentenbarwerte für Frauen:

Lebenslängliche Invalidenpension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren

Invalidenpension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_y^i = \frac{N_y^i}{D_y^i} - k^{(12)}$$

Lebenslängliche Alterspension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren

Alterspension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_y^{Lrf} = \frac{N_y^{Lrf}}{D_y^{Lrf}} - k^{(12)}$$

Lebenslängliche Witwenpension:

Barwert einer lebenslänglichen 12-tel jährlich zahlbaren

Witwenpension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_y^w = \frac{N_y^w}{D_y^w} - k^{(12)}$$

5.5. Anwartschaften

Für Leistungen aus den Versicherungsfällen der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit wird der Ausdruck "Invalidenpension" gebraucht, für Leistungen aus den Versicherungsfällen des Alters die Bezeichnung "Alterspension".

5.5.1. Anwartschaften für Männer:

Anwartschaft auf Alterspension:

Anwartschaft eines Aktiven auf eine ab dem Alter $x+n$ 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Alterspension vom Jahresbetrag 1 unter der Bedingung, daß er das Alter $x+n$ als Aktiver erlebt:

$${}^{(12)}a_{n|x}^{aa} = \frac{D_{x+n}^{aa}}{D_x^{aa}} \cdot {}^{(12)}a_{x+n}^{Lrm}$$

Anwartschaft auf Invalidenpension:

Anwartschaft eines Aktiven auf eine vor dem Alter $x+n$ ausgelöste 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Invalidenpension vom Jahresbetrag 1 :

$${}^{(12)}a_x^{ai} = \frac{N_x^{ai}}{D_x^{aa}}$$

$$N_x^{ai} = \sum_x^{x+n-1} D_x^{ai}$$

$$D_x^{ai} = D_x^{aa} \cdot i_x \cdot {}^{(12)}a_{x+\frac{1}{2}}^i \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

- 37 -

Anwartschaft auf Witwenpension:

Anwartschaft eines Pensionisten auf eine nach dem Alter $x+n$ ausgelöste $\frac{1}{12}$ -tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwenpension vom Jahresbetrag 1:

$$(12) a_x^w = \frac{N_x^w}{D_x^{\text{Lrm}}}$$

$$N_x^w = \sum_x^{\omega} D_x^w$$

$$D_x^w = D_x^{\text{Lrm}} \cdot q_x^{\text{Lrm}} \cdot h_{x+\frac{1}{2}} \cdot (12) a_{y+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

Anwartschaft eines Invaliden auf eine $\frac{1}{12}$ -tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwenpension vom Jahresbetrag 1:

$$(12) a_x^{iw} = \frac{N_x^{iw}}{D_x^i}$$

$$N_x^{iw} = \sum_x^{\omega} D_x^{iw}$$

$$D_x^{iw} = D_x^i \cdot q_x^i \cdot h_{x+\frac{1}{2}} \cdot (12) a_{y+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

- 38 -

Anwartschaft eines Aktiven auf eine 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwenpension vom Jahresbetrag 1 ohne Einfluß, ob der Aktive vor Vollendung des Alters $x+n$ oder danach stirbt:

$${}^{(12)}a_x^{aw} = \frac{N_x^{aw}}{D_x^{aa}}$$

$$N_x^{aw} = N_x^{aaw} + N_x^{aiw}$$

$$N_x^{aiw} = \sum_x^{x+n-1} D_x^{aiw}$$

$$D_x^{aiw} = D_x^{aa} \cdot i_x \cdot {}^{(12)}a_{x+\frac{1}{2}}^{iw} \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

$$N_x^{aaw} = \sum_x^{x+n-1} D_x^{aaw} + D_{x+n}^{aa} \cdot {}^{(12)}a_{x+n}^w$$

$$D_x^{aaw} = D_x^{aa} \cdot q_x^{aa} \cdot h_{x+\frac{1}{2}} \cdot {}^{(12)}a_{y+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

- 39 -

5.5.2 Anwartschaften für Frauen

Anwartschaft auf Alterspension:

Anwartschaft einer Aktiven auf eine ab dem Alter $y+n$ 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Alterspension vom Jahresbetrag 1 unter der Bedingung, daß sie das Alter $y+n$ als Aktive erlebt:

$$(12) \text{ } _n \text{ } _y \text{ } ^{aa} = \frac{D_{y+n}^{aa}}{D_y^{aa}} \cdot (12) \text{ } _{y+n} \text{ } ^{Lrf}$$

Anwartschaft auf Invalidenpension:

Anwartschaft einer Aktiven auf eine vor dem Alter $y+n$ ausgelöste 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Invalidenpension vom Jahresbetrag 1:

$$(12) \text{ } _y \text{ } ^{ai} = \frac{N_y^{ai}}{D_y^{aa}}$$

$$N_y^{ai} = \sum_y^{y+n-1} D_y^{ai}$$

$$D_y^{ai} = D_y^{aa} \cdot i_y \cdot (12) \text{ } _{y+\frac{1}{2}} \text{ } ^i \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

- 40 -

Anwartschaft auf Witwerpension:

Anwartschaft einer Pensionistin auf eine nach dem Alter $y+n$ ausgelöste 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwerpension vom Jahresbetrag 1 :

$${}^{(12)}a_y^w = \frac{N_y^w}{D_y^{\text{Lrf}}}$$

$$N_y^w = \sum_y^{\omega} D_y^w$$

$$D_y^w = D_y^{\text{Lrf}} \cdot q_y^{\text{Lrf}} \cdot h_{y+\frac{1}{2}} \cdot {}^{(12)}a_{x+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

Anwartschaft einer Invaliden auf eine 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwerpension vom Jahresbetrag 1:

$${}^{(12)}a_y^{iw} = \frac{N_y^{iw}}{D_y^i}$$

$$N_y^{iw} = \sum_y^{\omega} D_y^{iw}$$

$$D_y^{iw} = D_y^i \cdot q_y^i \cdot h_{y+\frac{1}{2}} \cdot {}^{(12)}a_{x+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

- 41 -

Anwartschaft einer Aktiven auf eine 12-tel jährlich zu zahlende lebenslängliche Witwerpension vom Jahresbetrag 1 ohne Einfluß, ob die Aktive vor Vollendung des Alters $y+n$ oder danach stirbt:

$$(12) a_y^{aw} = \frac{N_y^{aw}}{D_y^{aa}}$$

$$N_y^{aw} = N_y^{aaw} + N_y^{aiw}$$

$$N_y^{aiw} = \sum_y^{y+n-1} D_y^{aiw}$$

$$D_y^{aiw} = D_y^{aa} \cdot i_y \cdot (12) a_{y+\frac{1}{2}}^{iw} \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

$$N_y^{aaw} = \sum_y^{y+n-1} D_y^{aaw} + D_{y+n}^{aa} \cdot (12) a_{y+n}^w$$

$$D_y^{aaw} = D_y^{aa} \cdot q_y \cdot h_{y+\frac{1}{2}} \cdot (12) a_{x+\frac{1}{2}}^w \cdot v^{\frac{1}{2}}$$

6. Gesamtleistung für den Beitrag 1:

Für die Leistungen der Höherversicherung wurde festgelegt:

Bei Eintritt des Versicherungsfalles der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit bis zum Alter 60 für Männer und bis zum Alter 55 für Frauen wird jene Leistungshöhe FBS 60 bzw. FBS 55 zugrunde gelegt, die bezahlt worden wäre, hätte der (die) Anspruchsberechtigte die vorzeitige Alterspension zum Alter 60 bzw. 55 beansprucht. Für eine allfällige Hinterbliebenenpension gilt die analoge Regelung. Für die Fälle des Eintritts des Versicherungsfalles der geminderten Arbeitsfähigkeit bzw. Erwerbsunfähigkeit nach dem Alter 60 für Männer und nach dem Alter 55 für Frauen, jedoch vor dem Alter 65 für Männer und vor dem Alter 60 für Frauen, wird jene Leistungshöhe zugrunde gelegt, die bezahlt worden wäre, hätte der (die) Anspruchsberechtigte die vorzeitige Alterspension zum Alter 61, 62, 63, 64 bzw. 56, 57, 58, 59 in Anspruch genommen: FBS 61, FBS 62, FBS 63, FBS 64 bzw. FBS 56, FBS 57, FBS 58, FBS 59. Für eine allfällige Hinterbliebenenpension gilt die analoge Regelung.

Für die Fälle des Eintritts des Versicherungsfalles zum oder nach dem Alter 65 für Männer und zum oder nach dem Alter 60 für Frauen erhält der (die) Anspruchsberechtigte die höchste Leistung, weil er (sie) sie später erhält. Die erhöhten Leistungen FBS 61, FBS 62, FBS 63, FBS 64, FBS 65 bzw. FBS 56, FBS 57, FBS 58, FBS 59, FBS 60 errechnen sich nach dem strengen versicherungsmathematischen Prinzip der Äquivalenz der Leistungen nach folgenden Formeln:

- 43 -

Berechnung der Leistungshöhen für eine einmalige Einzahlung der Höhe 1 im Alter x (Männer) bzw. y (Frauen):

Berechnung von FBS60 für Männer:

$$\text{FBS60} = 1 / \left((12)_{a_x}^{\text{ai}} + (12)_{60-x}^{\text{aA}} + 0,6 \cdot (12)_{a_x}^{\text{aw}} \right) / 14$$

Berechnung von FBS55 für Frauen:

$$\text{FBS55} = 1 / \left((12)_{a_y}^{\text{ai}} + (12)_{55-y}^{\text{aA}} + 0,6 \cdot (12)_{a_y}^{\text{aw}} \right) / 14$$

Berechnung von FBS61 aus folgender Gleichung für Männer:

$$\begin{aligned} & \left((12)_{a_{60}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot a_{60}^{\text{w}} \right) \cdot \text{FBS60} = \\ & = \text{FBS61} \cdot \left(D_{60}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{60}^{\text{aw}} + D_{61}^{\text{aa}} \cdot \left((12)_{a_{61}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot (12)_{a_{61}}^{\text{w}} \right) \right) / D_{60}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS56 aus folgender Gleichung für Frauen:

$$\begin{aligned} & \left((12)_{a_{55}}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot a_{55}^{\text{w}} \right) \cdot \text{FBS55} = \\ & = \text{FBS56} \cdot \left(D_{55}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{55}^{\text{aw}} + D_{56}^{\text{aa}} \cdot \left((12)_{a_{56}}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot (12)_{a_{56}}^{\text{w}} \right) \right) / D_{55}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS62 aus folgender Gleichung für Männer:

$$\begin{aligned} & \left((12)_{a_{61}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot a_{61}^{\text{w}} \right) \cdot \text{FBS61} = \\ & = \text{FBS62} \cdot \left(D_{61}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{61}^{\text{aw}} + D_{62}^{\text{aa}} \cdot \left((12)_{a_{62}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot (12)_{a_{62}}^{\text{w}} \right) \right) / D_{61}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS57 aus folgender Gleichung für Frauen:

$$\begin{aligned} & \left((12)_{a_{56}}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot a_{56}^{\text{w}} \right) \cdot \text{FBS56} = \\ & = \text{FBS57} \cdot \left(D_{56}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{56}^{\text{aw}} + D_{57}^{\text{aa}} \cdot \left((12)_{a_{57}}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot (12)_{a_{57}}^{\text{w}} \right) \right) / D_{56}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS63 aus folgender Gleichung für Männer:

$$\begin{aligned} & \left((12)_{a_{62}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot a_{62}^{\text{w}} \right) \cdot \text{FBS62} = \\ & = \text{FBS63} \cdot \left(D_{62}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{62}^{\text{aw}} + D_{63}^{\text{aa}} \cdot \left((12)_{a_{63}}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot (12)_{a_{63}}^{\text{w}} \right) \right) / D_{62}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS58 aus folgender Gleichung für Frauen:

$$\begin{aligned} & ((^{12})a_{57}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot a_{57}^{\text{w}}) \cdot \text{FBS57} = \\ & = \text{FBS58} \cdot (D_{57}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{57}^{\text{aw}} + D_{58}^{\text{aa}} \cdot ((^{12})a_{58}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot (^{12})a_{58}^{\text{w}})) / D_{57}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS64 aus folgender Gleichung für Männer:

$$\begin{aligned} & ((^{12})a_{63}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot a_{63}^{\text{w}}) \cdot \text{FBS63} = \\ & = \text{FBS64} \cdot (D_{63}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{63}^{\text{aw}} + D_{64}^{\text{aa}} \cdot ((^{12})a_{64}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot (^{12})a_{64}^{\text{w}})) / D_{63}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS59 aus folgender Gleichung für Frauen:

$$\begin{aligned} & ((^{12})a_{58}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot a_{58}^{\text{w}}) \cdot \text{FBS58} = \\ & = \text{FBS59} \cdot (D_{58}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{58}^{\text{aw}} + D_{59}^{\text{aa}} \cdot ((^{12})a_{59}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot (^{12})a_{59}^{\text{w}})) / D_{58}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS65 aus folgender Gleichung für Männer:

$$\begin{aligned} & ((^{12})a_{64}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot a_{64}^{\text{w}}) \cdot \text{FBS64} = \\ & = \text{FBS65} \cdot (D_{64}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{64}^{\text{aw}} + D_{65}^{\text{aa}} \cdot ((^{12})a_{65}^{\text{Lrm}} + 0,6 \cdot (^{12})a_{65}^{\text{w}})) / D_{64}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Berechnung von FBS60 aus folgender Gleichung für Frauen:

$$\begin{aligned} & ((^{12})a_{59}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot a_{59}^{\text{w}}) \cdot \text{FBS59} = \\ & = \text{FBS60} \cdot (D_{59}^{\text{ai}} + 0,6 \cdot D_{59}^{\text{aw}} + D_{60}^{\text{aa}} \cdot ((^{12})a_{60}^{\text{Lrf}} + 0,6 \cdot (^{12})a_{60}^{\text{w}})) / D_{59}^{\text{aa}} \end{aligned}$$

Literaturliste:

- (1) P.Thullen, Mathematische Methoden der Sozialen Sicherheit,
Verlag Versicherungswissenschaft eV, Karlsruhe, 1977
- (2) C.W. Jordan, Life Contingencies, The Society of Actuaries, 1975
- (3) Heubeck Klaus, Richttafeln 1982, Heubeck-Richttafeln-GmbH.,
Köln, 1982
- (4) Wolff Karl-Heinz: Versicherungsmathematik, Springer-Verlag, 1970
- (5) Saxer Walter, Versicherungsmathematik I, II, Springer-Verlag, 1958
- (6) Heubeck - Fischer, Hauptband zu den Richttafeln für die Pensions-
versicherung, Verlag René Fischer, Weißenburg, 1952
- (7) Neil Alistar, Life Contingencies, Heinemann, New York, 1982
- (8) Zwinggi Ernst, Versicherungsmathematik, Birkhäuser Verlag, 1945
- (9) De Boor C., On Calculating with B-Splines, Journal Appr. Theory,
10, 50-62, 1972
- (10) Dierckx P. An Algorithm for smoothing, differentiation and
integration of experimental data using spline functions,
Journal Comp. and Appl.Math. 1, 165 - 184, 1975
- (11) Reinsch C.H. Smoothing by Spline Functions, Numer.Mathematik,
10, 177 - 183, 1967
- (12) Reinsch C.H. Smoothing by Spline Functions II, Numer.Mathematik,
16 451-454, 1970
- (13) Cox M.G. The numerical evaluation of B-Splines, Journal Inst.Maths.
Applics., 10, 134-149, 1972
- (14) Gentleman W.M., Least square computations by Givens transformation
without square roots, Journal Inst.Maths. Applics.12,
329-336, 1973
- (15) Hayes J.G. - Halliday J., The least-squares fitting of cubic
spline surfaces to general data sets, Journal Inst.Maths.
Applics., 14, 89-103, 1974
- (16) Späth H., Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und
Flächen, Oldenburg-Verlag, 1979